BY GIMUSI 30/10/16

Precorso 2002 – Test finale

Tempo concesso: 120 minuti

Valutazione: risposta errata 0 punti, mancante +2, esatta +5 (sufficienza: 110)

Nota: nelle risposte, "N.P." sta per "nessuna delle precedenti".

1. Se $a/(a+b) = 2$ e $a - b = 3$, allora a vale

   (A) -1 (B) 2 (C) 3 (D) N.P.

$$\begin{cases} \frac{a}{a+b} = 2 \leadsto a = 2a + 2b \\ a - b = 3 \leadsto -3b = 3 \end{cases} \qquad a = -2b = 2 \qquad b = -1$$

2. $1000^{1000} =$

   (A) 10^{1003} (B) 10^{3000} (C) 100^{10000} (D) N.P.

$$1000^{1000} = (10^3)^{1000} = 10^{3000}$$

3. $\sqrt{7} \cdot \sqrt{5} =$ $\sqrt{7 \cdot 5} = \sqrt{35}$

   (A) $\sqrt{12}$ (B) $\sqrt[4]{12}$ (C) $\sqrt[4]{35}$ (D) N.P.

4. $\log_3 35 - \log_3 12 =$ $\log_3(35/12)$

   (A) $\log_3(35/12)$ (B) $\log_3 23$ (C) $\log_3 \sqrt[12]{35}$ (D) N.P.

5. $\sin 240° =$ $\sin(-60°) = -\sin(60°) = -\sqrt{3}/2$

   (A) $-\sqrt{3}/2$ (B) $-1/2$ (C) $1/2$ (D) N.P.

$\forall m \in M$ NOT $P(m) \leadsto \exists m \in M \ P(m)$

6. La negazione dell'enunciato "Nessuna matricola di ingegneria è in grado di pensare" è

   (A) "Tutte le matricole di ingegneria sono in grado di pensare"
   (B) "Almeno una matricola di ingegneria è in grado di pensare"
   (C) "Tutte le matricole di ingegneria non sono in grado di pensare"
   (D) "Almeno una matricola di ingegneria non è in grado di pensare"

$= \sin^3|x|$

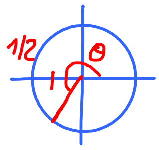
7. Siano $f(x) = x^3$, $g(x) = \sin x$, $h(x) = |x|$. Allora $f(g(h(x)))$ è uguale a

   (A) $\sin^3|x|$ (B) $\sin(|x|^3)$ (C) $|\sin(x^3)|$ (D) N.P.

8. $\log_2(32 \cdot 8^4) =$ $\log_2(2^5 \cdot 2^{12}) = \log_2 2^{17} = 17$

   (A) 8 (B) 15 (C) 17 (D) N.P.

$\theta = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$



9. Se $\cos x = -1/2$ e $x \in [\pi, 2\pi]$, allora x è uguale a

   (A) $5\pi/6$ (B) $7\pi/6$ (C) $4\pi/3$ (D) N.P.

10. Determinare per quale valore del parametro a la retta di equazione $y = 2x + 3$ e la retta di equazione $ax + 2y + 5 = 0$ sono parallele.

    (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) N.P.

    $2y = -ax - 5$ $y = -\frac{a}{2}x - \frac{5}{2}$

    $\to -a/2 = 2$ $a = -4$

11. Il sistema di disequazioni

$$\begin{cases} (x-2)^2 + 4x \leq 8 \\ 3 - 2x \leq 5 \end{cases}$$

$\to x^2 - \cancel{4x} + 4 + \cancel{4x} - 8 \leq 0$

$x^2 - 4 \leq 0$ $-2 \leq x \leq 2$

$2x \geq -2$ $x \geq -1$

    ha come soluzione

    (A) $(-\infty, -2] \cup [-1, 2]$ (B) $[-1, 2]$ (C) $[-1, +\infty)$ (D) N.P.

12. Siano x e y numeri reali positivi. Allora l'espressione

$$\frac{x^4 - y^4}{x^2 + y^2} + \frac{x^3 + y^3}{x + y} = \frac{(x^2 - y^2)\cancel{(x^2 + y^2)}}{\cancel{x^2 + y^2}} +$$

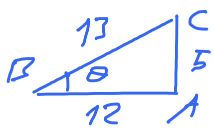
$$+ \frac{\cancel{(x+y)}(x^2 - xy + y^2)}{\cancel{x+y}} = 2x^2 - xy$$

    è uguale a

    (A) $2x^2 - xy$ (B) $2x^2 + xy$ (C) $2x^2 - xy - 2y^2$ (D) N.P.

13. Nel triangolo rettangolo ABC, l'ipotenusa BC è lunga 13 ed il cateto AB è lungo 12. La tangente dell'angolo $\widehat{B}$ vale $AC^2 = 13^2 - 12^2 = 25$

    (A) 5/13 (B) 5/12 (C) 12/13 (D) N.P.



$\tan\theta = \frac{5}{12}$

14. Dividendo il polinomio $x^5 + 3x^2 - x$ per il polinomio $x^2 + 3$ si ottiene come resto

    (A) $8x - 9$ (B) $8x + 9$ (C) $-x$ (D) N.P.

$$\begin{array}{l|l} x^5 + 0 + 0 + 3x^2 - x + 0 & x^2 + 3 \\ \hline -x^5 \quad -3x^3 & x^3 - 3x + 3 \\ \hline -3x^3 + 3x^2 - x & \\ \hline 3x^3 \quad\quad 9x & \\ \hline 3x^2 + 8x & \\ -3x^2 \quad -9 & \\ \hline 8x - 9 & \end{array}$$

$x^2 + (y-1)^2 = 10$

15. L'equazione $x^2 + y^2 - 2x = 9$ rappresenta una circonferenza di raggio

    (A) 3 (B) 9 (C) $\sqrt{10}$ (D) N.P.

16. Determinare quale delle seguenti equazioni ha il maggior numero di soluzioni *reali distinte*.

$x=-5/2$ $\qquad \Delta<0$ $\qquad \Delta>0$

(A) $x+2=3x+7$ (B) $x^2+2x+8=0$ (C) $x^2+3x-8=0$

(D) $x^3+3x^2+6x+8=0$

$\Delta<0$

$x^3+8+3x(x+2)=(x+2)(x^2-2x+4)+3x(x+2)=(x+2)(x^2+x+4)$

17. La disequazione $\log_3(x+2)\le 2$ ha come soluzione $\quad \log_3(x+2)\le\log_3 9 \quad \begin{cases} x+2\le 9 \\ x+2>0 \end{cases}$

(A) $0\le x\le 7$ (B) $0<x\le 7$ (C) $-2<x\le 7$ (D) N.P.

$\forall s\in T\ P(s)\Rightarrow L(s) \rightsquigarrow \forall s\in T\ \text{NOT}\ L(s)\Rightarrow \text{NOT}\ P(s)$

18. Da un sondaggio svolto al precorso, risulta che "Tutti gli studenti parsimoniosi, iscritti a Telecomunicazioni, sono lucchesi". Assumendo che il contrario di "parsimoniosi" sia "spendaccioni", quale delle seguenti frasi è *equivalente* alla precedente?

(A) "Tutti gli studenti lucchesi, iscritti a Telecomunicazioni, sono parsimoniosi"

(B) "Tutti gli studenti lucchesi e parsimoniosi sono iscritti a Telecomunicazioni"

(C) "Tutti gli studenti spendaccioni, iscritti a Telecomunicazioni, non sono lucchesi"

(D) "Tutti gli studenti non lucchesi di Telecomunicazioni sono spendaccioni"

$\frac{x-1}{x+1}-\frac{x-2}{x+2}=\frac{\cancel{x^2}+x\cancel{+2}-2-\cancel{x^2}+x\cancel{+2}}{(x+1)(x+2)}\le 0$

```
2x    - - - - 0 + + + +
x+1   - - -1 + + + + + +
x+2   - -2 + + + + + + +
      -  +  -    +
```

19. La disequazione

$$\frac{x-1}{x+1}\le\frac{x-2}{x+2}$$

ha come soluzione

(A) $x<-2$ (B) $x\le 0$ (C) $-1<x\le 0$ (D) N.P.

20. Siano a e b due numeri reali. Determinare quante delle seguenti tre disuguaglianze

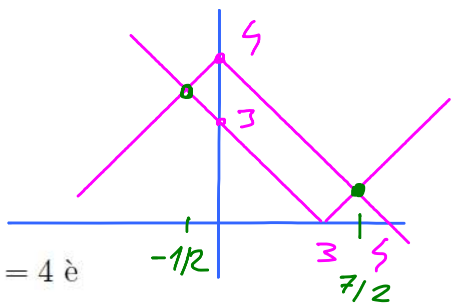
$$a^{2001}<b^{2001} \qquad a^{2002}<b^{2002} \qquad a^{2003}<b^{2003}$$

implicano necessariamente la disuguaglianza $a<b$.

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

21. $\sqrt{8}+\sqrt{18}=$ $\ 2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=5\sqrt{2}=\sqrt{50}$

(A) $\sqrt{26}$ (B) $\sqrt{50}$ (C) 12 (D) N.P.



22. Il numero di soluzioni *reali distinte* dell'equazione $|x-3|+|x|=4$ è

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) N.P.

23. $\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{3}=$ $\sqrt[6]{8}\cdot\sqrt[6]{9}=\sqrt[6]{72}$ $2\pm\sqrt{6}$

 (A) $\sqrt[5]{6}$ (B) $\sqrt[6]{5}$ (C) $\sqrt[6]{72}$ (D) N.P.

$2x+3\geq 0$ $x\geq-\frac{3}{2}$ $x-1\geq 0$

$2x+3=x^2-2x+1$ $x^2-4x-2=0$

$x=\frac{4\pm\sqrt{16+8}}{2}=2\pm\sqrt{6}\rightsquigarrow 2+\sqrt{6}$

24. Il numero di soluzioni *reali distinte* dell'equazione $\sqrt{2x+3}=x-1$ è

 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) N.P.

25. Il numero di soluzioni *reali distinte* dell'equazione $\cos 2x+\sin x=0$, contenute nell'intervallo $[0,2\pi]$, è

 (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) N.P.

$1-2\sin^2 x+\sin x=0$

$2\sin^2 x-\sin x-1=0$

$\sin x=\frac{1\pm 3}{4}$ — 1: $x=\frac{\pi}{2}$; $-1/2$: $x=-\pi/6$, $x=7\pi/6$

26. Siano a e b numeri reali positivi. Allora

$$\left(\sqrt[12]{a}-\sqrt[12]{b}\right)\cdot\left(\sqrt[12]{a}+\sqrt[12]{b}\right)$$

 è uguale a

 (A) $a-b$ (B) $\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}$ (C) $\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b}$ (D) N.P.

27. La disequazione $\tan x>2\sin x$ ha come soluzione, nell'intervallo $[0,2\pi]$,

 (A) l'insieme vuoto (B) un intervallo (C) l'unione disgiunta di due intervalli
 (D) l'unione disgiunta di tre intervalli

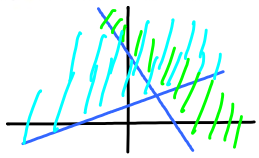
L'ALTRA FACCIA È LIBERA

28. Ciascuno dei quattro cartoncini

$\boxed{A}$ $\boxed{B}$ $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ CI PUÒ ESSERE VOCALE O CONSONANTE

 reca su una faccia una lettera e sull'altra faccia un intero. Determinare il minimo numero di cartoncini che bisogna girare per essere sicuri che i cartoncini siano stati preparati attenendosi alla regola seguente: "Se una faccia reca una vocale, allora l'altra faccia reca un intero pari".

 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4



29. L'insieme dei punti (x,y) del piano che verificano le due relazioni $2x+y\geq 20$, $3y-x\geq 4$

 (A) tocca solo il primo quadrante (B) tocca il primo ed il secondo quadrante
 (C) tocca tutti i quadranti (D) N.P.

$x^2=\frac{3\pm\sqrt{9-4\lambda}}{2}$

30. L'equazione $x^4-3x^2+\lambda=0$ ha quattro soluzioni *reali distinte*

 (A) per nessun valore di λ (B) se e solo se $\lambda<9/4$
 (C) se e solo se $0<\lambda<9/4$ (D) per ogni valore reale di λ

$0<\sqrt{9-4\lambda}<3$

$0<9-4\lambda<9$

$0<4\lambda<9$

27) $\frac{\sin x}{\cos x} > 2\sin x \qquad \cos x \neq 0$

$\cos x > 0 \qquad \sin x > 2\sin x\cos x$

$\cos x < 0 \qquad \sin < 2\sin x\cos x$

$\cos x$	$\sin x$
>0	>0
>0	<0
<0	>0
<0	<0

$\cos x < 1/2 \rightsquigarrow x \in \left(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right)$

$\cos x > 1/2 \rightsquigarrow x \in (5\pi/3, 2\pi)$

$\cos x > 1/2 \rightsquigarrow$ IMPOSS.

$\cos x < 1/2 \rightsquigarrow x \in \left(\pi, \frac{3}{2}\pi\right)$