

## Prova in Itinere di Analisi Matematica II

Pisa, ?? ?? ????

1. Siano  $A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq y \leq 2x\}$  e  $f(x, y) = x^6y^2 + y^4 - 2x^3y^2$ .

Stabilire se esistono

$$\lim_{x^2+y^2 \rightarrow +\infty, (x,y) \in A} f(x, y), \quad \lim_{x^2+y^2 \rightarrow +\infty} f(x, y).$$

2. Siano  $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}$  e  $f(x, y) = |x + y - 1|$ .

Determinare estremo inferiore e superiore di  $f$  in  $D$  specificando se si tratta di minimo e/o massimo e gli eventuali punti di minimo/massimo.

3. Siano  $C := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 25, x + y = 1\}$  e  $f(x, y, z) = x - y + z^2$ .

Determinare estremo inferiore e superiore di  $f$  su  $C$  specificando se si tratta di minimo e/o massimo e gli eventuali punti di minimo/massimo.

Si ricorda che ogni passaggio deve essere *adeguatamente* giustificato.

Ogni esercizio verrà valutato in base alla *correttezza* ed alla *chiarezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.

## Prova in Itinere di Analisi Matematica II

Pisa, ?? ?? ????

1. Sia  $A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 1\}$ . Calcolare

$$\int_A y \, dx \, dy, \quad \int_A x \, dx \, dy.$$

2. Sia  $V$  il solido di rotazione ottenuto ruotando di  $2\pi$  intorno all'asse delle  $x$  il dominio  $D$  del piano  $xz$  definito da

$$D := \{(x, z) \in \mathbb{R}^2 : (x, z) \in [0, 2] \times [0, 2], x + z \geq 1\}.$$

Calcolare il volume di  $V$  e le coordinate del suo baricentro.

3. Sia  $\gamma$  la curva del piano  $xy$  definita da  $\gamma(t) = (t^2, t(1-t))$  con  $t \in [-2, 2]$ .
- (a) Determinare la retta tangente alla curva nel punto corrispondente a  $t = 1$  sia in forma parametrica che in forma cartesiana.
  - (b) Stabilire se la curva è chiusa, semplice e tracciarne un grafico approssimativo (specificando il verso di percorrenza della curva).

Si ricorda che ogni passaggio deve essere *adeguatamente* giustificato. Ogni esercizio verrà valutato in base alla *correttezza* ed alla *chiarezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.

## Prova in Itinere di Analisi Matematica II

Pisa, ?? ?? ????

1. Sia  $D$  il dominio del piano  $xy$  delimitato dalla curva  $(\log t, t + t^2)$  con  $1 \leq t \leq 2$ , dalla retta  $x = 0$  e dalla retta  $y = 6$ .
  - (a) Fare un disegno approssimativo di  $D$ .
  - (b) Calcolare l'area di  $D$ .
2. Sia  $S$  la superficie data da  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 - y + z^2 = 4, -1 \leq y \leq 0\}$ , orientata prendendo nel punto  $(2, 0, 0)$  la normale che punta verso le  $x$  positive. Sia  $F(x, y, z) = (x^2, e^{xy}, z)$ . Calcolare il flusso del rotore di  $F$  attraverso  $S$ .
3. Sia  $B := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \geq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$ . Si consideri

$$I_\alpha := \int_B \frac{\arctan(xy)}{x^\alpha + y^\alpha} dx dy$$

- (a) Provare che per  $\alpha = 4$  l'integrale  $I_4$  converge.
- (b) Stabilire per quali valori del parametro  $\alpha > 0$  l'integrale  $I_\alpha$  converge.

Si ricorda che ogni passaggio deve essere *adeguatamente* giustificato. Ogni esercizio verrà valutato in base alla *correttezza* ed alla *chiarezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.