

Prova in Itinere di Analisi Matematica II

Pisa, ?? ?? ????

1. Siano $A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq y \leq 2x\}$ e $f(x, y) = x^6 y^2 + y^4 - 2x^3 y^2$.

Stabilire se esistono

$$\lim_{x^2+y^2 \rightarrow +\infty, (x,y) \in A} f(x, y), \quad \lim_{x^2+y^2 \rightarrow +\infty} f(x, y).$$

2. Siano $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}$ e $f(x, y) = |x + y - 1|$.

Determinare estremo inferiore e superiore di f in D specificando se si tratta di minimo e/o massimo e gli eventuali punti di minimo/massimo.

3. Siano $C := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 25, x + y = 1\}$ e $f(x, y, z) = x - y + z^2$.

Determinare estremo inferiore e superiore di f su C specificando se si tratta di minimo e/o massimo e gli eventuali punti di minimo/massimo.

Si ricorda che ogni passaggio deve essere *adeguatamente* giustificato.

Ogni esercizio verrà valutato in base alla *correttezza* ed alla *chiarezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.

Prova in Itinere di Analisi Matematica II

Pisa, ?? ?? ????

1. Sia $A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 1\}$. Calcolare

$$\int_A y \, dx \, dy, \quad \int_A x \, dx \, dy.$$

2. Sia V il solido di rotazione ottenuto ruotando di 2π intorno all'asse delle x il dominio D del piano xz definito da

$$D := \{(x, z) \in \mathbb{R}^2 : (x, z) \in [0, 2] \times [0, 2], x + z \geq 1\}.$$

Calcolare il volume di V e le coordinate del suo baricentro.

3. Sia γ la curva del piano xy definita da $\gamma(t) = (t^2, t(1 - t))$ con $t \in [-2, 2]$.
- (a) Determinare la retta tangente alla curva nel punto corrispondente a $t = 1$ sia in forma parametrica che in forma cartesiana.
 - (b) Stabilire se la curva è chiusa, semplice e tracciarne un grafico approssimativo (specificando il verso di percorrenza della curva).

Si ricorda che ogni passaggio deve essere *adeguatamente* giustificato. Ogni esercizio verrà valutato in base alla *correttezza* ed alla *chiarezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.

Prova in Itinere di Analisi Matematica II

Pisa, ?? ?? ????

1. Sia D il dominio del piano xy delimitato dalla curva $(\log t, t + t^2)$ con $1 \leq t \leq 2$, dalla retta $x = 0$ e dalla retta $y = 6$.
 - (a) Fare un disegno approssimativo di D .
 - (b) Calcolare l'area di D .
2. Sia S la superficie data da $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 - y + z^2 = 4, -1 \leq y \leq 0\}$, orientata prendendo nel punto $(2, 0, 0)$ la normale che punta verso le x positive. Sia $F(x, y, z) = (x^2, e^{xy}, z)$. Calcolare il flusso del rotore di F attraverso S .
3. Sia $B := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \geq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$. Si consideri

$$I_\alpha := \int_B \frac{\arctan(xy)}{x^\alpha + y^\alpha} dx dy$$

- (a) Provare che per $\alpha = 4$ l'integrale I_4 converge.
- (b) Stabilire per quali valori del parametro $\alpha > 0$ l'integrale I_α converge.

Si ricorda che ogni passaggio deve essere *adeguatamente* giustificato.

Ogni esercizio verrà valutato in base alla *correttezza* ed alla *chiarezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.