

Ho due domande: 1) nell'esercizio 2 punto c come base dell'immagine non bastava prendere due vettori tra $(1,2,2), (-1,0,1), (1,1,1)$ (qualsiasi coppia andava bene dato che non sono multipli)?

IN BASE CANONICA LA BASE DEL KER RISULTA: $(0, 3, 5)$

$$\text{INFATTI: } A \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

OSS NELLA BASE (V_2, V_2, V_3) INVECE: $(1, 1, 1)$

$$\text{INFATTI: } \hat{A} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

\Rightarrow 2° e 3° COLONNA SONO LIN. DIPENDENTI

$$\text{QUINDI } \text{IM} f = \text{SPAN}(1^\circ \text{col}, 2^\circ \text{col}) = \text{SPAN}(1^\circ \text{col}, 3^\circ \text{col})$$

2) Nell'esercizio 3 andava bene considerare come base di V i vettori $(1,0,0,0), (0,2,-3,1)$ i quali stanno nel sottospazio (considerando come base canonica $\{1, x, x^2, x^3\}$)? Se sì, a me viene che la dimensione della somma è 4! (allego immagine della matrice per la somma con il relativo svolgimento)

$$V = \{p(x) \in \mathbb{R}_{\leq 3}[x] : p(0) = p(2) \text{ e } p(1) = 0\}$$

$$(1, 0, 0, 0) \leadsto p_1(x) = 1 \quad p_1(1) \neq 0 \Rightarrow p_1(x) \notin V$$

$$(0, 2, -3, 1) \leadsto p_2(x) = 2x - 3x^2 + x^3$$

$$\begin{cases} p_2(1) = 0 \\ p_2(0) = 0 = p_2(2) = 5 - 12 + 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow p_2(x) \in V$$