

(2) Calcolare (purché esista) il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{6}{\sin(3x^2)} - \frac{1}{1 + \cos(x + \pi)} \right).$$

..... 6 punti

Risposta:

$-1/6$.

.....

Svolgimento:

Ricordando che $\cos(x + \pi) = -\cos x$ e utilizzando gli sviluppi di McLaurin, si ottiene

$$\begin{aligned} \frac{6}{\sin(3x^2)} - \frac{1}{1 + \cos(x + \pi)} &= \frac{6(1 - \cos x) - \sin(3x^2)}{\sin(3x^2)(1 - \cos x)} \\ &= \frac{6(\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{24} + o(x^4)) - (3x^2 - \frac{27x^6}{6} + o(x^6))}{\frac{3}{2}x^4(1 + o(1))} \\ &= \frac{-\frac{x^4}{4}(1 + o(1))}{\frac{3}{2}x^4(1 + o(1))} \rightarrow -\frac{1}{6} \quad \text{per } x \rightarrow 0^+. \end{aligned}$$