BY GIMUSI 02/02/13

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{1+\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}}-1\right)$$

$$\sqrt{1+\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}}=1+\frac{1}{2}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}\right)^2+\frac{1}{6}\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{-1}{2}\right)\left(\frac{-3}{2}\right)\left(\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}\right)^3+o\left(\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)^3\right)=$$

$$=1+\frac{1}{2}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}-\frac{1}{8}\frac{1}{n}+\frac{1}{16}\frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}+o\left(\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)^3\right)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{1+\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}}-1\right)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}-\frac{1}{8}\frac{1}{n}+\frac{1}{16}\frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}+o\left(\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)^3\right)=$$

$$=\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}-\frac{1}{8}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}+\frac{1}{16}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}+\sum_{n=1}^{\infty}o\left(\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)^3\right)$$

$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ CONVERGE PER LEIBNITZ

$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$ DIVERGE A $+\infty$

$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}$ CONVERGE PER LEIBNITZ

$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}o\left(\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)^3\right)$ CONVERGE PER CONFRONTO $b_n=\left(\frac{1}{n}\right)^{5/3}$

$$\rightsquigarrow \sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{1+\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}}-1\right)=-\frac{1}{8}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}+a \qquad a\in\mathbb{R}$$

$\Rightarrow$ LA SERIE DIVERGE A $-\infty$