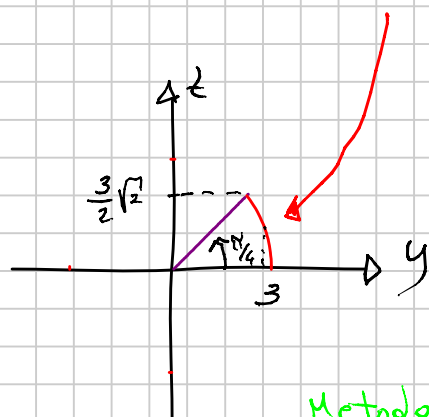


Esercizio 2 - 4° appello calcolo della superficie generata dalla rotazione

Titolo nota dell'arco di circonferenza

30/06/2014



Parametrizzo l'arco

$$\gamma = (3\cos t, 3\sin t) \quad t \in [0, \pi/4]$$

$y(t) \qquad z(t)$

$$y'(t) = -3\sin t \quad z'(t) = 3\cos t$$

Metodo "classico"

$$\text{Lunghezza } \gamma = \frac{2\pi r}{8} = \frac{6}{8}\pi \quad \text{Dove venire!} \rightarrow \frac{3}{4}\pi$$

Metodo "rigoroso"

$$\text{Lunghezza } \gamma = \int_0^{\pi/4} \sqrt{9(\sin^2 t + \cos^2 t)} dt = \int_0^{\pi/4} 3 dt = \frac{3}{4}\pi \quad \text{Ok}$$

$$y_G = \frac{1}{\text{Lunghezza } \gamma} \int_0^{\pi/4} 9 \cos t dt = \frac{9}{\frac{3}{4}\pi} \cdot \left| \sin t \right|_0^{\pi/4} = \frac{9}{\frac{3}{4}\pi} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{9}{3\pi} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{18\sqrt{2}}{3\pi}$$

$$= \frac{9\sqrt{8}}{3\pi} = \frac{3}{\pi}\sqrt{8}$$

Superficie generata dalla rotazione dell'arco di circonferenza = (Teo. GULDINO 2)

$$= \underset{\substack{\uparrow \\ \text{ROTAZIONE} \\ \text{COMPLETA}}}{2\pi} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Baricentro} \\ \text{arco circ.}}}{y_G} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Lunghezza Arco Circ.}}}{\text{Lunghezza } \gamma} = 2\pi \cdot \frac{3}{\pi}\sqrt{8} \cdot \frac{3}{4}\pi = \frac{9}{2}\sqrt{8}\pi = \frac{9}{2}\sqrt{4 \cdot 2}\pi = \frac{9}{2} \cdot 2\sqrt{2}\pi = 9\pi\sqrt{2}$$