Università di Pisa – Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica/Telecomunicazioni

Scritto d'esame di Algebra Lineare

Pisa, 22 Febbraio 2020

(Domande da 4 punti)

[T1] Definizione di componenti di un vettore rispetto ad una somma diretta e dimostrazione della loro esistenza e unicità.

[T2] Enunciare e dimostrare la relazione tra il determinante di una matrice ed il determinante della sua inversa.

[B1] Determinare una base ortogonale di $\mathbb{R}^3$, costituita da vettori a coordinate intere, che comprenda il vettore $(1, 2, 3)$.

[B2] Nel piano cartesiano, scrivere l'espressione analitica dell'omotetia che lascia fisso il punto $(2, 1)$, e manda l'origine nel punto $(-4, -2)$.

(Domande da 8 punti)

[L1] Consideriamo in $\mathbb{R}^4$ i punti

$$A = (1, 1, 0, 0), \qquad B = (0, 0, 1, 1), \qquad C = (1, 2, 3, 4).$$

(a) Determinare l'equazione dell'iperpiano passante per C e perpendicolare alla retta AB.

(b) Determinare l'area del triangolo ABC.

[L2] Consideriamo l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definita da

$$f(x, y, z) = (x + y - z, 2x - y + 4z, 2x + 3y - 4z).$$

(a) Determinare il ker di f.

(b) Determinare una rappresentazione cartesiana (cioè mediante equazioni) dell'immagine di f.

(c) Determinare l'insieme dei vettori che hanno come immagine il vettore $(1, 2, 2)$.

Si ricorda che ogni passaggio deve essere *adeguatamente* giustificato.
Ogni esercizio verrà valutato in base alla *correttezza* ed alla *chiarezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.