Università di Pisa – Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica/Telecomunicazioni

Scritto d'esame di Algebra Lineare

Pisa, 11 Gennaio 2020

(Domande da 4 punti)

[T1] Il prodotto di due matrici $n \times n$ ortogonali è ancora una matrice ortogonale? Se sì, fornire una dimostrazione; se no, fornire un controesempio.

[T2] Siano V e W due spazi vettoriali di dimensione finita, con $\dim(V) > \dim(W)$, e sia $f : V \to W$ un'applicazione lineare. Cosa possiamo concludere in termini di iniettività/surgettività? Perché?

[B1] Determinare per quali valori del parametro reale a il vettore $(1, 1)$ risulta autovettore della matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & a \end{pmatrix}.$$

[B2] Determinare un'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^2$ che abbia come ker il sottospazio

$$\mathrm{Span}\{(1, 1, 0, 0), (1, 1, 1, 1)\}.$$

(Domande da 8 punti)

[L1] Consideriamo nello spazio i quattro punti

$$A = (1, 0, 1), \qquad B = (1, 2, 3), \qquad C = (0, 1, 1), \qquad D = (1, 1, 1).$$

Determinare l'angolo che la retta AB forma con il piano passante per B, C, D.

[L2] Consideriamo il sistema lineare

$$\begin{cases} ax + 2y + az = 8, \\ 2x + ay - z = 9. \end{cases}$$

(a) Determinare per quali valori del parametro reale a il sistema ammette soluzioni.

(b) Determinare per quali valori del parametro reale a l'insieme delle soluzioni del sistema *non* interseca il piano di equazione $x + y + z = 0$.

Si ricorda che ogni passaggio deve essere *adeguatamente* giustificato.
Ogni esercizio verrà valutato in base alla *correttezza* ed alla *chiarezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.