

GEOM. ANALITICA: LA RETTA

Eq. retta: $\rightarrow$ eq. esplicita: $y = mx + n$
 $\rightarrow$ eq. implicita: $ax + by + c = 0$

Vantaggi esplicita: rette diverse hanno m o n diversi (o entrambi)
 m ed n hanno un significato geometrico
 per ogni m ed n ottengo una retta

Svantaggi esplicita: non descrive tutte le rette, perché mancano
 le verticali che hanno eq. del tipo $x = x_0$

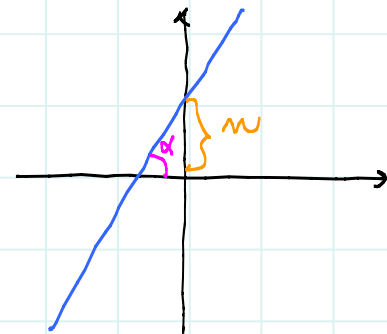
Significato geom.

$$y = mx + n$$

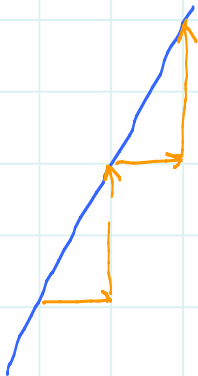
$\uparrow$ coeff. angolare = "pendenza della retta"

$$m = \tan \alpha$$

intersezione con asse y



$m = 2$ vuol dire che quando vado
 di un quadretto a dx la retta
 sale di 2 quadretti verso l'alto



Retta generica passante per un p.to $P = (x_0, y_0)$

$$y = y_0 + m(x - x_0)$$

quando metto $x = x_0$
 diventa y_0

Es 1 $A = (1, 2)$ $B = (3, 3)$

retta AB **1° modo** $y = mx + n$ (vedo che non è verticale)

Impongo il passaggio per i due p.ti

$$\begin{cases} 2 = m + n \\ 3 = 3m + n \end{cases} \quad 2^a - 1^a: 2m = 1 \Rightarrow m = \frac{1}{2} \Rightarrow n = \frac{3}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

2° modo Scrivo la retta generica per A: $y = 2 + m(x - 1)$

Ora trovo m imponendo il passaggio per B:

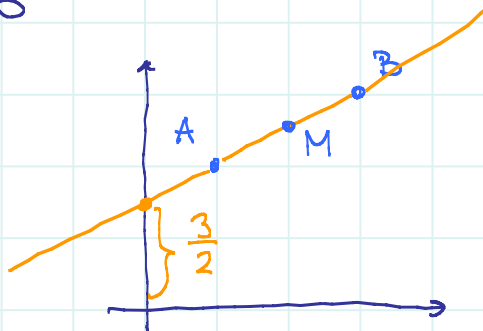
$$3 = 2 + m(3 - 1) \Rightarrow 1 = 2m \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

$$y = 2 + \frac{1}{2}(x - 1) = 2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \quad \ddot{\smile}$$

In forma implicita: $x - 2y + 3 = 0$

3° modo Con i quadretti

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$



RETTE PARALLELE = stesso m (stesso angolo con asse x)

RETTE PERPENDICOLARI = $\hat{m} = -\frac{1}{m}$ $\hat{\alpha} = \frac{\pi}{2} + \alpha$

$$\tan \hat{\alpha} = \frac{\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha)}{\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)} = \frac{\cos \alpha}{-\sin \alpha} = -\frac{1}{\tan \alpha}$$

Calcolare equazione dell'asse di AB

$\Rightarrow$ passa per il p.to medio

$\Rightarrow$ è perpendicolare a quell'altm

$$A = (1, 2) \quad B = (3, 3) \Rightarrow M = (2, \frac{5}{2})$$

$$y = \frac{5}{2} + m(x - 2) = \frac{5}{2} - 2(x - 2) = -2x + \frac{5}{2} + 4 = -2x + \frac{13}{2}$$

2° modo

Asse AB = luogo dei p.ti equidistanti da A e B

$$\underbrace{(x-1)^2 + (y-2)^2}_{\text{dist}(P,A)^2} = \underbrace{(x-3)^2 + (y-3)^2}_{\text{dist}(P,B)^2} \quad P=(x,y)$$

$$\cancel{x^2} - 2x + 1 + \cancel{y^2} - 4y + 4 = \cancel{x^2} - 6x + 9 + \cancel{y^2} - 6y + 9$$

$$4x + 2y - 13 = 0 \quad \leadsto \quad y = -2x + \frac{13}{2} \quad \text{c}$$

Distanza di un p.to da una retta

Sia P il p.to. Sia r la retta. Calcolo la retta s che passa per P ed è $\perp$ ad r . Calcolo H come intersezione fra r ed s .

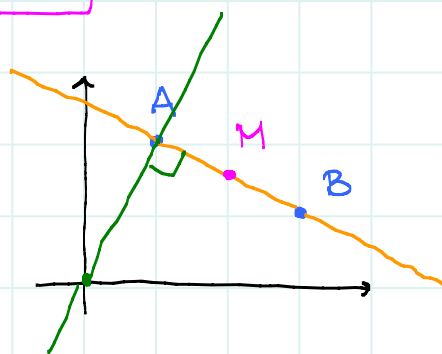
A quel p.to : $\text{dist}(P, r) = \text{dist}(P, H)$

Fatti tutti i conti... si ottiene che se $P = (x_0, y_0)$ e r ha eq. implicita $ax + by + c = 0$, allora

$$\text{dist}(P, r) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Es 2 $A = (1, 2) \quad B = (3, 1)$

retta AB $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$



asse AB $y = \frac{3}{2} + 2(x-2) \leadsto y = 2x + \frac{3}{2} - 4 = 2x - \frac{5}{2}$

distanza di origine da retta AB

retta AB: $x + 2y - 5 = 0$

$$\text{dist} = \frac{|1-5|}{\sqrt{1+4}} = \sqrt{5}$$

Punto più vicino all'origine?
È proprio A

Es3

$$r: y = x - 5$$

$$s: x - y + 3 = 0$$

Punto di intersezione: $\begin{cases} y = x - 5 \\ y = x + 3 \end{cases}$ sono parallele !!

Retta per l'origine e $\perp$ ad r : $y = -x$

$$\text{dist}((2,3), s) = \frac{|2 - 3 + 3|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \quad [\text{Verificare con disegno}]$$

Es4

$$\text{retta } r: y - 2 = 5x \quad P = (2, -3)$$

Retta per P e $\parallel$ ad r : $y = -3 + m(x - 2) = 5x - 13$
 $\uparrow$
 $m = 5$

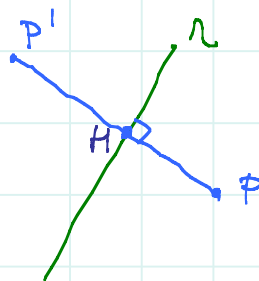
Retta per P e $\perp$ ad r : $y = -3 - \frac{1}{5}(x - 2)$
 $5y = -15 - x + 2 \leadsto x + 5y + 13 = 0$

Pto P' simmetrico di P rispetto ad r

→ calcolo retta per P e $\perp$ ad r

→ interseco e trovo H

→ cerco P' in modo che il pto medio di PP' sia H .



Se ho un triangolo

→ altezza: retta per un vertice $\perp$ al lato opposto

→ mediana: " " che passa per pto medio lato opposto

→ bisettrice? È il luogo dei pti che hanno la stessa distanza dalle due rette che descrivono due lati

Vengono (tolta i valori assoluti) due rette e occorre prendere quella giusta.

— o — o —