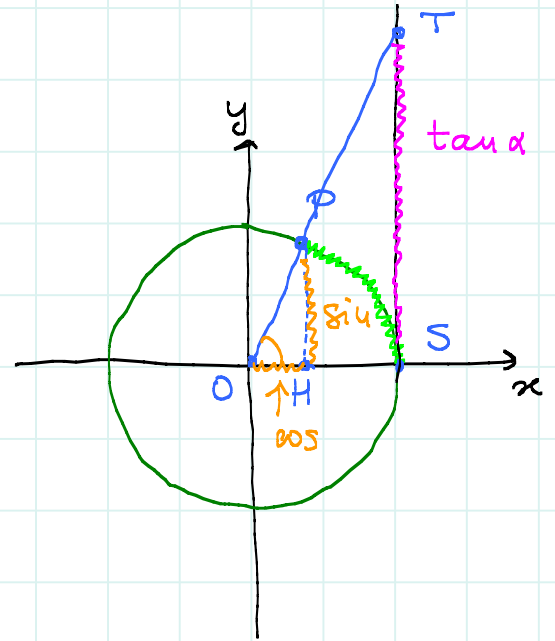


ANGOLI - ARCHI, GRADI - RADIANTI

Circonferenza trigonometrica: centro in $(0,0)$ del piano cartesiano e raggio 1.

Ha equazione $x^2 + y^2 = 1$



Un p.to P della circ. si può descrivere

→ mediante un angolo come in figura

→ mediante la lunghezza dell'arco in figura.

Solite convenzioni per i "giri successivi" e i "giri al contrario".

Dato un angolo / arco α , indichiamo le sue coordinate con $(\cos \alpha, \sin \alpha)$

Quindi

$$\left. \begin{array}{l} \cos \alpha = OH \\ \sin \alpha = PH \end{array} \right\} \text{pensati con un segno}$$

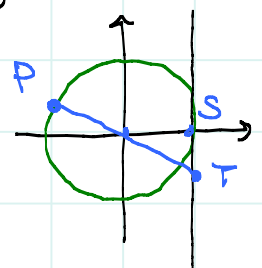
Relazione trigonometrica fondamentale

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

$$OH^2 + PH^2 = 1 = \text{raggio}^2$$

Si definisce $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \text{lunghezza con segno di TS}$

N.B. La tangente si calcola sempre sulla retta tangente per S, anche P sta nel 2° o 3° quadrante
tan α non è definita quando P coincide sull'axe y.



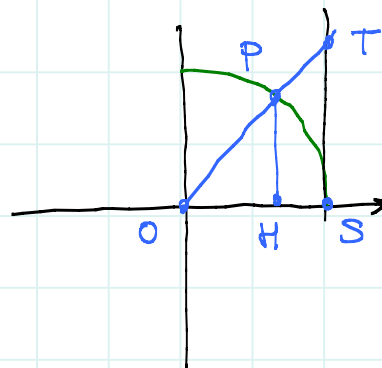
Dim I triangoli OPH e OTS sono simili,
quindi

$$OH : PH = OS : ST$$

$$\cos d : \sin d = 1 : ST$$

$$\leadsto ST = \frac{\sin d}{\cos d}$$

— o — o —



ARCHI - ANGOLI NOTEVOLI Multipli di 30° e di 45°

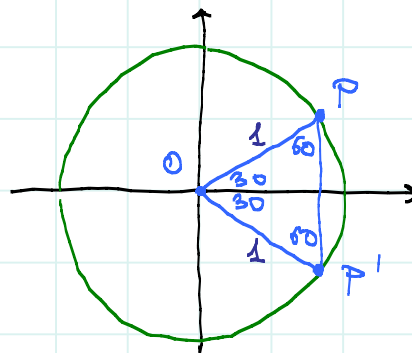
In questi casi, $\sin$, $\cos$, $\tan$ si calcolano facilmente

GRADI	RADIANTI	$\cos$	$\sin$	$\tan$
0°	0	1	0	0
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
45°	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$
90°	$\frac{\pi}{2}$	0	1	∞

Per $30^\circ \leadsto$ OPP' è equilatero,
quindi $PP' = 1$, ma allora

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} PP' = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \sqrt{1 - \sin^2 30^\circ} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



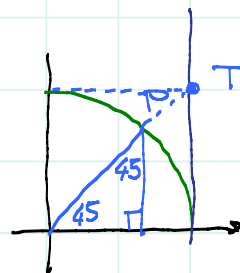
Il caso a 60° è analogo, solo ruotato

Per $45^\circ \leadsto \sin$ e $\cos$ sono uguali

$$\text{quindi } \sin^2 = \cos^2 = \frac{1}{2}$$

e quindi

$$\sin = \cos = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



ARCHI ASSOCIATI

$\frac{\pi}{2} \pm \alpha$, $\pi \pm \alpha$, e così via

Slogan: pensare al disegno!

Dove sta $\pi - \alpha$? Mi ritrovo in P'

... quindi

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha, \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

Dove sta $\pi + \alpha$? Mi ritrovo in P'' ... quindi

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha, \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$

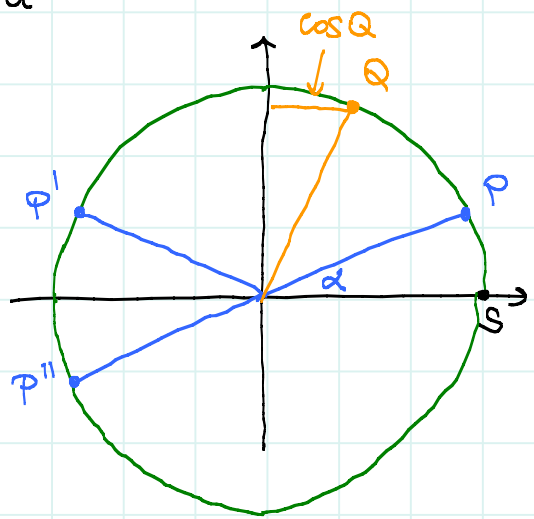
Dove sta $\frac{\pi}{2} - \alpha$? Mi ritrovo in Q ... quindi

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

(sin e cos si scambiano)

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\tan \alpha}$$



120°

$$\frac{2\pi}{3}$$

$$\cos = -\frac{1}{2}$$

$$\sin = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan = -\sqrt{3}$$

150°

$$\frac{5\pi}{6}$$

$$\cos = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin = \frac{1}{2}$$

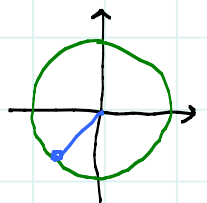
$$\tan = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\uparrow \\ \pi - \frac{\pi}{6}$$

2025°

$$2025^\circ = 1800^\circ + 225^\circ = 1800^\circ + 180^\circ + 45^\circ$$

$$10\pi + \pi + \frac{\pi}{4}$$



$$\sin = \cos = -\frac{\sqrt{2}}{2} \rightsquigarrow \tan = 1$$

$$-960^\circ = -900^\circ - 60^\circ \text{ è come fosse } 120^\circ$$

$-5\pi/6$
$-3\pi/4$
$-9\pi/2$
$17\pi/6$
$-8\pi/3$
121π

$\leadsto$ è come fosse -150° , quindi $180^\circ + 30^\circ$

$\leadsto 225^\circ$

$\leadsto 270^\circ$

$$-\frac{9}{2}\pi = \frac{-8-1}{2}\pi$$

$$= -4\pi - \frac{\pi}{2}$$

$\leadsto 3\pi - \frac{\pi}{6} \leadsto 150^\circ$

$$-\frac{8}{3}\pi = \frac{-6-2}{3}\pi = -2\pi - \frac{2}{3}\pi$$

$\sim -120^\circ = 240^\circ$

Formula conversione gradi $\leadsto$ radianti

$$\text{gradi} : \text{radianti} = 360^\circ : 2\pi$$

Ad esempio $\frac{\pi}{5} = \frac{2\pi}{10} \sim 36^\circ$

— 0 — 0 —