

Equazioni con radici

$$\sqrt{\text{CANE}} = \text{GATTO} \rightsquigarrow \text{CANE} = \text{GATTO}^2$$

(dovrei imporre $\text{CANE} \geq 0$, ma è automatico dall'equazione)

Devo però imporre che $\text{GATTO} \geq 0$, quindi ho il sistema misto

$$\begin{cases} \text{CANE} = \text{GATTO}^2 \\ \text{GATTO} \geq 0 \end{cases}$$

Stessa cosa per tutti gli indici **PARI**

$$\sqrt[3]{\text{CANE}} = \text{GATTO} \rightsquigarrow \text{CANE} = \text{GATTO}^3 \text{ e basta}$$

Stessa cosa per tutti gli indici **DISPARI**

Esempio 1 $2x+3 = \sqrt{7x+18}$

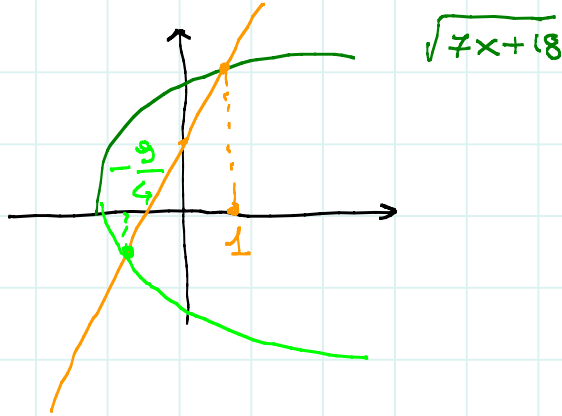
$$\begin{cases} (2x+3)^2 = 7x+18 \\ 2x+3 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x^2+12x+9 = 7x+18 \\ 2x+3 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x^2+5x-9 = 0 \\ 2x+3 \geq 0 \end{cases}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25+144}}{8} = \frac{-5 \pm 13}{8} = \begin{matrix} \nearrow 1 \rightarrow \text{ok} \\ \searrow -\frac{9}{4} \rightarrow \text{NO: } -\frac{9}{2}+3 \geq 0 \end{matrix}$$

Morale: fare il $\square$ ha aggiunto la soluzione ABUSIVA $x = -\frac{9}{4}$

$$\text{Per } x = -\frac{9}{4} \quad 2x+3 = -\frac{9}{2}+3 = -\frac{3}{2} \quad 7x+18 = -\frac{63}{4}+18 = \frac{9}{4}$$

Graficamente:



Diseguazioni con RADICI

$$\sqrt[3]{\text{CANE}} \geq \text{GATTO} \leadsto \text{CANE} \geq \text{GATTO}^3$$

e stessa cosa con $\leq$ o altre potenze dispari

$$\sqrt{\text{CANE}} \leq \text{GATTO}$$

$$\begin{cases} \text{CANE} \leq \text{GATTO}^2 \\ \text{CANE} \geq 0 \\ \text{GATTO} \geq 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{\text{CANE}} \geq \text{GATTO}$$

$$\begin{cases} \text{CANE} \geq \text{GATTO}^2 \\ \text{GATTO} \geq 0 \\ \text{CANE} \geq 0 \leftarrow \text{GRATIS} \end{cases}$$

volendo anche
sketto

↓

Unione

$$\begin{cases} \text{GATTO} \leq 0 \\ \text{CANE} \geq 0 \end{cases}$$

Stessa cosa su tutti i pari

Esempio 1 $\sqrt{20x+9} \geq x+5$

$$\begin{cases} 20x+9 \geq (x+5)^2 \\ x+5 \geq 0 \end{cases}$$

oppure

$$\begin{cases} x+5 \leq 0 \\ 20x+9 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20x+9 \geq x^2+10x+25 \\ x+5 \geq 0 \end{cases}$$

oppure

$$\begin{cases} x \leq -5 \\ x \geq -\frac{9}{20} \end{cases}$$

NO soluzione

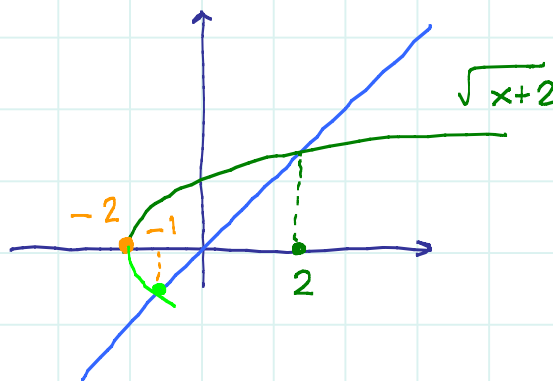
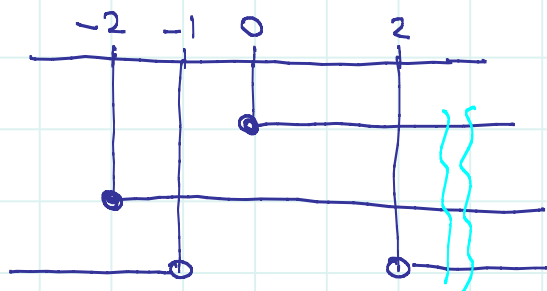
$$\begin{cases} x^2 - 10x + 16 \leq 0 \\ x + 5 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2 \leq x \leq 8 \\ x \geq -5 \end{cases} \quad x \in [2, 8]$$

Esempio 2 $\sqrt{x+2} < x$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \\ x+2 < x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \\ x^2 - x - 2 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 0 \\ x \geq -2 \\ x < -1 \text{ oppure } x > 2 \end{cases}$$

$$x \in (2, +\infty)$$



Esempio 3 $\sqrt{x^2+4} > x-1$
 $\uparrow$ sempre positivo $\therefore$

$$x-1 \leq 0$$

$\uparrow$
 dx negativa

unione

$$\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x^2+4 > (x-1)^2 \end{cases}$$

$$x \leq 1$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x^2+4 > x^2-2x+1 \rightsquigarrow 2x > -3 \end{cases}$$

$$x \leq 1$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x > -\frac{3}{2} \end{cases}$$

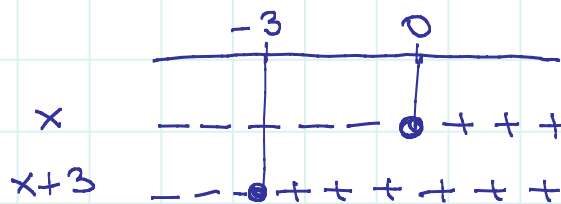
$$\boxed{x \leq 1}$$

$$\boxed{x \geq 1}$$

Quindi la soluzione è tutto $\mathbb{R}$!!

Esercizio ... $|x+3| < |x|+1$

Studiamo il segno dell'argomento dei moduli



$$\begin{cases} x \leq -3 \\ -x-3 < -x+1 \end{cases}$$

↑
gli argomenti sono
negativi, quindi

$$|Mosko| = -Mosko$$

$$\begin{cases} x \leq -3 \\ -3 < 1 \end{cases}$$

$$x \leq -3$$

$$\begin{cases} -3 \leq x \leq 0 \\ x+3 < -x+1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 \leq x \leq 0 \\ 2x < -2 \text{ cioè } x < -1 \end{cases}$$

$$-3 \leq x < -1$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x+3 < x+1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 3 < 1 \quad \ddot{\smile} \end{cases}$$

MAI

Soluzione : $(-\infty, -1)$

Esempio $||x|-3| < 2 \Rightarrow -2 < |x|-3 < 2$
 $1 < |x| < 5$

Soluzione $[-5, -1] \cup [1, 5]$

— 0 — 0 —