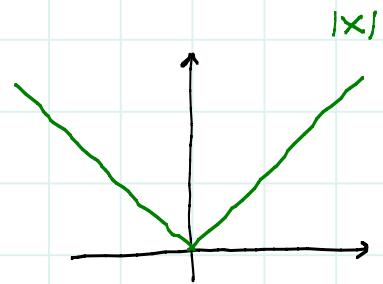


VALORE ASSOLUTO

$$|x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$



In particolare : $|x| \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ e
 $|x| = 0$ se e solo se $x = 0$

Valore assoluto nelle equazioni

$|Mostro| = A \rightarrow$ se $A < 0$, NOPE (nessuna soluzione)
 $\rightarrow$ se $A = 0$, allora diventa $Mostro = 0$
 $\rightarrow$ se $A > 0$, allora diventa
 $Mostro = A$ e $Mostro = -A$

Esempi $|x-5| = 3$

$$x-5 = 3 \rightsquigarrow x = 8$$

$$x-5 = -3 \rightsquigarrow x = +2$$

$$|x^2 - 3x| = 2$$

$$x^2 - 3x = 2 \rightsquigarrow x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+8}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$x^2 - 3x = -2 \rightsquigarrow x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x-1)(x-2) = 0 \rightsquigarrow x = 1 \quad x = 2$$

In tutto 4 soluzioni

$$|x^2 - 3x| = 0 \rightsquigarrow x^2 - 3x = 0 \rightsquigarrow x = 0 \text{ e } x = 3$$

Valore assoluto nelle disequazioni

$|Mostro| \geq A \rightarrow$ Se $A \leq 0$, allora sempre verificata
(purché Mostro non abbia problemi)
 $\rightarrow$ Se $A > 0$, allora diventa
 $Mostro \geq A$ oppure $Mostro \leq -A$

$|Mostro| \leq A \rightarrow$ Se $A < 0$, allora NOPE
 $\rightarrow$ se $A = 0$, allora viene $Mostro = A$
 $\rightarrow$ se $A > 0$ allora diventa
 $-A \leq Mostro \leq A$

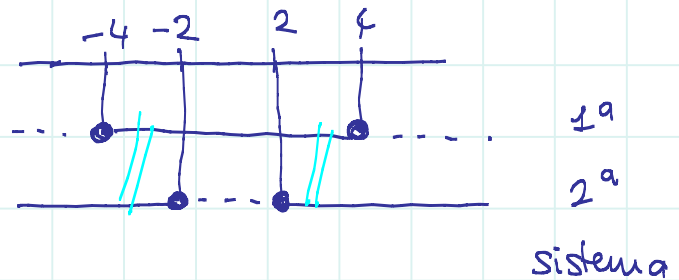
cioè il sistema

$$\begin{cases} Mostro \leq A \\ Mostro \geq -A \end{cases}$$

Esempi $|x^2 - 10| \leq 6 \rightsquigarrow -6 \leq x^2 - 10 \leq 6$

$$\begin{cases} x^2 - 10 \leq 6 \\ x^2 - 10 \geq -6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 \leq 16 \\ x^2 \geq 4 \end{cases}$$



Soluzioni: $[-4, -2] \cup [2, 4]$

$$|x - 3| \geq 7 \rightsquigarrow \begin{array}{ll} x - 3 \geq 7 & \text{oppure } x - 3 \leq -7 \\ x \geq 10 & \text{oppure } x \leq -4 \end{array}$$

Soluzioni $(-\infty, -4] \cup [10, +\infty)$

Esercizio

$$x^4 - 3x^2 + 4 \geq 0$$

$$\Delta = 9 - 16 < 0$$

Quindi sempre > 0

Alternativa: $y = x^2 \leadsto y^2 - 3y + 4 \geq 0 \leadsto \Delta < 0$: sempre positivo per ogni y

$$x^4 - 3x^2 - 4 \leq 0$$

$$(x^2 + 1)(x^2 - 4) \leq 0$$

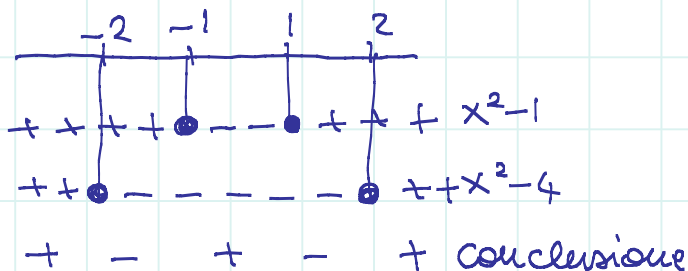
$\downarrow$
sempre > 0

$$\leadsto x^2 - 4 \leq 0$$

$[-2, 2]$

$$x^4 - 5x^2 + 4 \leq 0$$

$$(x^2 - 1)(x^2 - 4) \leq 0$$



Risposta: $[-2, -1] \cup [1, 2]$

$$x^6 + 4x^3 + 3 > 0$$

$$(x^3 + 3)(x^3 + 1) > 0$$

$$(-\infty, -\sqrt[3]{3}) \cup (-1, +\infty)$$

$$x^8 + 3x^4 \leq 0$$

$$x^4(x^4 + 3) \leq 0$$

$\uparrow$
sempre > 0

$$\leadsto x = 0$$

$$x^6 - 2x^3 + 1 \leq 0$$

$$(x^3 - 1)^2 \leq 0 \leadsto x^3 - 1 = 0 \leadsto x = 1$$

Esercizi plus

$$x^3 + x + 6 \geq 4x^2$$

$$x^3 - 4x^2 + x + 6 \geq 0 \rightsquigarrow (x+1)(x-3)(x-2)$$

↑
vedo $x = -1$

vedo $x = 3$

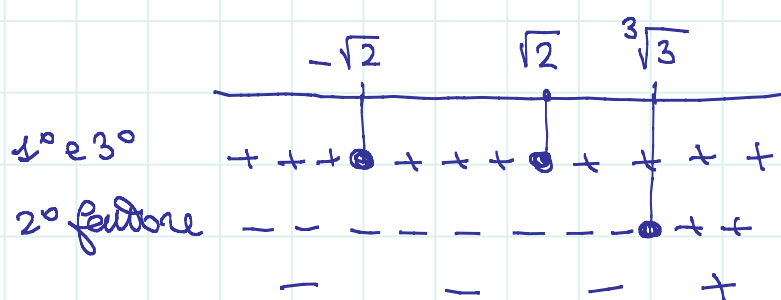
vedo anche $x = 2$

$\rightsquigarrow$ prodotto di 3 fattori

$$(x^2-2)^2 (x^3-3)^3 (x^4-4)^4 \geq 0$$

Il primo ed il terzo fattore sono ≥ 0 e si annullano in $\pm\sqrt{2}$
(entrambi: nota che $\sqrt[4]{4} = \sqrt{2}$)

Il secondo fattore ha lo stesso segno di x^3-3



$$\sqrt[3]{3} \stackrel{?}{<} \sqrt{2}$$

elevo alla sesta

$$3^2 \stackrel{?}{<} 2^3$$

Soluzione: $\{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\} \cup [\sqrt[3]{3}, +\infty)$

Final one $(x^2+x+1)^{20} > x$

→ se $x < 0$, allora è vera gratis $(\dots)^{20} \geq 0 > \text{neg.}$

→ se $x = 0$ sostituisco ed è vera

→ se $0 < x < 1$, allora $(x^2+x+1)^{20} \geq 1^{20} > x$

→ se $x = 1$, allora sostituisco ed è vera

→ se $x > 1$, allora

$$(x^2+x+1)^{20} \geq x^{20} > x$$

↑
questa si risolve facile

(posso anche dividere per x)

— 0 — 0 —