

Esempi sulle frazioni Se $\frac{a}{b} = 3$ e $a+b=5$, trovare a e b

$$a = 3b \leadsto 3b+b=5 \leadsto 4b=5 \leadsto b=\frac{5}{4} \leadsto a=\frac{15}{4}$$

Se $\frac{a}{a+b} = \frac{1}{2}$ e $a = \frac{3}{2}$, trovare b

↓

$$2a = a+b \leadsto a=b \leadsto b=\frac{3}{2}$$

Alternativa: $\frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}+b} = \frac{1}{2} \leadsto \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3+2b}{2}} = \frac{1}{2} \leadsto \frac{3}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{3+2b} = \frac{1}{2}$

$$6 = 3+2b \leadsto 2b=3 \leadsto b=\frac{3}{2} \quad \text{😊}$$

Aritmetica ① Fattorizzare 2025

$$\begin{array}{r|l} 2025 & 5 \\ 405 & 5 \\ 81 & 9^2 \end{array}$$

$$2025 = 3^4 \cdot 5^2 = (3^2 \cdot 5)^2 = 45^2$$

Fatto utile: un numero è divisibile per 3 (o per 9) se e solo se la somma delle cifre è divisibile per 3 (o per 9)

② $(71064)^2$ è divisibile per 72

1° modo: elevo al 2 e faccio la divisione ☺

2° modo: $72 = 8 \cdot 9 = 2^3 \cdot 3^2$, quindi mi basta che 71064 sia divisibile per 4 e per 3 (a quel punto sarà div. anche per 144).

Fatto: un numero è divisibile per 4 $\Leftrightarrow$ le ultime 2 cifre formano un numero divisibile per 4

$$71064 = 71000 + 64$$

div. per 4 div. per 4
div. per 8 div. per 8

③ Scrivere in ordine crescente i divisori positivi di 24

Risposta: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

Un divisore sarà $2^a \cdot 3^b$ con $24 = 2^3 \cdot 3$

$0 \leq a \leq 3$ e $0 \leq b \leq 1$
4 valori 2 valori

④ MCD e mcm di 18 e 24

$$\text{MCD} = 6$$

$$\text{mcm} = 72$$

$$18 = 2 \cdot 3^2$$

$$24 = 2^3 \cdot 3$$

MCD = per ogni primo l'esponente minore $2^1 \cdot 3^1$

mcm = " " " " massimo $2^3 \cdot 3^2$

Se i numeri sono

20	36	54
$2^2 \cdot 5$	$2^2 \cdot 3^2$	$2 \cdot 3^3$

$$\text{MCD} = 2^1 \cdot 3^0 \cdot 5^0 = 2$$

$$\text{mcm} = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 = 540$$

⑤ Qual è la massima potenza di 3 che divide $72^3 \cdot 57 \cdot 2025$

$$72 = \dots \cdot 3^2 \Rightarrow 72^3 = \dots \cdot 3^6 \quad 57 = 3 \cdot 19 \quad 2025 = 3^4 \cdot 5^2$$

Quindi alla fine il 3 compare 11 volte.

POLINOMI

$$(x+2)(x-2) = x^2 - 4$$

$$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a+b) = a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b$$

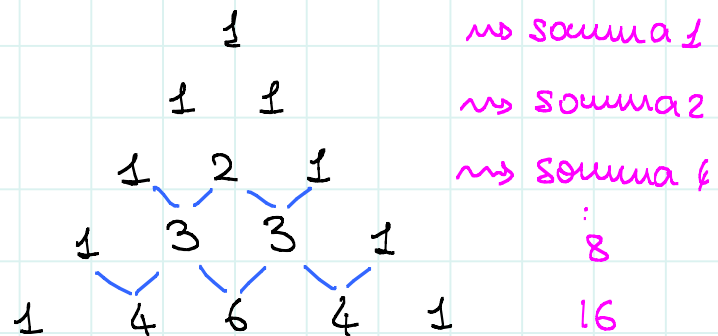
$$(x+2)^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

Triangolo di TARTAGLIA

(Pascal nel resto del mondo)



Ai lati c'è 1, più interno c'è l'esponente $(a+b)^m$, ancora più interno

$$\frac{n(n-1)}{2} = \binom{n}{2} \leftarrow \text{corso di aritmetica}$$

$$(a+b+c)^2 = \underbrace{a^2 + b^2 + c^2}_{\text{tutti i quadrati}} + \underbrace{2ab + 2bc + 2ca}_{\text{tutti i doppi prodotti}}$$

$x \cdot (x+1)^{100}$ e voglio scriverlo come $a + bx + cx^2 + dx^3 + \dots$
chi sono a, b, c, d ?

$$x(1 + 100x + 4950x^2 + \dots) = x + 100x^2 + 4950x^3 + \dots$$

$\uparrow$
 $\frac{100 \cdot 99}{2} = 50 \cdot 99 = 50 \cdot 100 - 50$

$$(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) = (\underbrace{(x^2 + 1)}_A + \underbrace{x}_B)(\underbrace{(x^2 + 1)}_A - \underbrace{x}_B) = (x^2 + 1)^2 - x^2$$

$A + B \quad A - B \quad = \quad A^2 - B^2$

$$= x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 = x^4 + x^2 + 1$$

$$\begin{aligned}
 (x+1)(x+2)(x+3) &= (x^2+3x+2)(x+3) \\
 &= x^3+3x^2+3x^2+9x+2x+6 \\
 &= x^3+6x^2+11x+6
 \end{aligned}$$

$$(x+a)(x+b) = x^2+bx+ax+ab = x^2+(a+b)x+ab$$

$$\text{Analogamente: } (x-a)(x-b) = x^2-(a+b)x+ab$$

Fatto generale: per un'eq. di 2° grado del tipo

$$x^2 + Ax + B = 0$$

vale che $\rightarrow B$ è il prodotto delle radici

$\rightarrow A$ è la somma con il segno cambiato

Esercizio Trovare due numeri con somma 5 e prodotto 6

$$\leadsto \text{Risolvo } x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x-2)(x-3) = 0 \leadsto x=2 \text{ e } x=3$$

— 0 — 0 —