

VF1 L'origine è un punto di minimo locale per la funzione $f(x, y) = \sin(xy)$ F $\sin(xy) \sim xy$

VF2 Il vettore $(x + y, x + z, y + z)$ è un rotore F $\text{div} = 2 !!$

VF3 $\exists \lambda \in \mathbb{R}$ tale che il vettore $(2\lambda, \lambda, 3) \in \mathbb{R}^3$ ha norma 4 V $4\lambda^2 + \lambda^2 + 9 = 16$ $5\lambda^2 = 7$
 $o(p^3)$

VF4 $(x^2 - y^4)^2 = o((x^2 + y^2)^{3/2})$ per $(x, y) \rightarrow (0, 0)$ V

VF5 L'estremo superiore su $\mathbb{R}^2$ della funzione $f(x, y) = e^{-(x-y)^2}$ è $+\infty$ F $e^{\text{valore neg}} \leq 1$
 ≤ 1

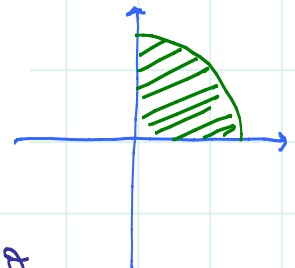
VF6 La curva $(\cos t, \sin t)$ con $-\pi/2 \leq t \leq \pi/2$ è semplice V

VF7 La forma differenziale $x^3 dx + y \sin^2 y dy + e^{3z} dz$ è esatta V
 $A_y = B_x$
 $A_z = C_x$
 $B_z = C_y$ $0 = 0$

VF8 L'insieme $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + z^2 \leq 4, 0 \leq y \leq 2\}$ è un solido di rotazione V cilindro

MC1 Sia $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$. Allora $\int_B 7x^2 dx dy = \dots$

~~(A)~~ $\frac{7\pi}{16}$ (B) 0 (C) $\frac{7}{12}$ (D) $\frac{7\pi}{12}$ (E) $\frac{7}{16}$



$$7 \int_0^1 dp \int_0^{\pi/2} d\theta \quad p^2 \cos^2 \theta \cdot p = 7 \underbrace{\int_0^1 p^3 dp}_{\frac{1}{4}} \underbrace{\int_0^{\pi/2} \cos^2 \theta d\theta}_{\frac{\pi}{4}} = \frac{7\pi}{16}$$

MC2 Sia $B := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ e sia $\alpha > 0$. Allora

$$\int_B \frac{\cos^\alpha(xy)}{x^2 + y^2} dx dy < +\infty$$

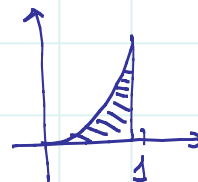
(A) Se e solo se $\alpha > 0$ (B) Se e solo se $\alpha > 1$ (C) Se e solo se $0 < \alpha < 1$
 (D) Se e solo se $\alpha \neq 1$ ~~(E)~~ Mai

$$f(x, y) \sim \frac{1}{p^2} \Rightarrow \text{diverge sempre}$$

MC3 Sia $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x^2\}$. Allora $\max_D 6x - y^2 = \dots$

- (A) 6 (B) 5 (C) Non esiste (D) 0 (E) 7

$\uparrow$ $x + \text{grande}$
 $y + \text{piccolo}$



MC4 Sia $f(x, y, z) = 5xy + y^4 + e^z$. Allora $\nabla f(1, 1, 0) = \dots$

- (A) 9 (B) (5, 9, 1) (C) 15 (D) (5, 4, 1) (E) (5, 4, 0)

$$\nabla f(x, y, z) = (5y, 5x + 4y^3, e^z)$$

MC5 Stabilire per QUALI valori del parametro $\alpha > 0$ la funzione

$$f(x, y) = \frac{|x| \cdot |y|^{6\alpha}}{1 + x^2 + y^2}$$

ammette limite per $x^2 + y^2 \rightarrow +\infty$.

- (A) Se e solo se $\alpha > 1$ (B) Se e solo se $0 < \alpha < \frac{1}{6}$ (C) Se e solo se $\alpha \neq \frac{1}{6}$
(D) Se e solo se $0 < \alpha < 1$ (E) Se e solo se $\alpha > \frac{1}{6}$

$$f(x, y) = \frac{e^{1+6\alpha}}{r^2} = \frac{e^{6\alpha}}{r} \quad 6\alpha < 1 \leadsto \alpha < \frac{1}{6}$$

$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t, 0) = 0 \leadsto$ Se il limite esiste, allora è 0.

$\rightarrow$ Se $\alpha < \frac{1}{6}$, passo in polari e faccio il conto

$$\rightarrow \text{Se } \alpha \geq \frac{1}{6} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} f(t, t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t^{1+6\alpha}}{1+t^2} \neq 0$$

int. curv. di funzione

MC6 Consideriamo la curva $\gamma(t) = (3t^2, t)$ definita per $0 \leq t \leq 1$. Allora $\int_{\gamma} 5y \, ds = \dots$

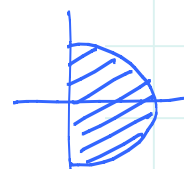
- (A) 5 (B) $5 \int_0^1 t \sqrt{9t^4 + t^2} \, dt$ (C) 15 (D) $5 \int_0^1 t \sqrt{36t^2 + 1} \, dt$ (E) 10

$$\int_{\gamma} 5y \, ds = \int_0^1 5 \cdot t \cdot \sqrt{36t^2 + 1} \, dt$$

MC7 Sia $B := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0\}$. Stabilire QUANTI dei seguenti integrali sono nulli.

$$\int_B (x + y) \, dx \, dy, \quad \int_B (x - y) \, dx \, dy, \quad \int_B x^2 y^2 \, dx \, dy, \quad \int_B (x^2 + y^2) \, dx \, dy$$

- (A) 4 (B) 0 (C) 3 (D) 1 (E) 2



MC8 Sia $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq x, 0 \leq z \leq y\}$. Allora $\int_D 5z \, dx \, dy \, dz = \dots$

- (A) 1 (B) 0 ~~(C) $\frac{10}{3}$~~ (D) $\frac{20}{3}$ (E) $\frac{5}{3}$

$$5 \int_0^2 dx \int_0^x dy \underbrace{\int_0^y dz \, z}_{\frac{1}{2} y^2} = \frac{5}{2} \int_0^2 dx \underbrace{\int_0^x y^2 dy}_{\frac{1}{3} x^3} = \frac{5}{6} \int_0^2 x^3 dx = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{4^2}{3} = \frac{10}{3}$$

— 0 —→ 0 —

VF1 $\forall M \in \mathbb{R} \exists (x, y) \in \mathbb{R}^2$ tale che $x^2 + y^2 \geq M$ e $x^2 + |y|^3 = 2$ F se M è grande

VF2 L'insieme $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^4 + y^6 \leq 4\}$ è limitato V ~~Telescopio~~

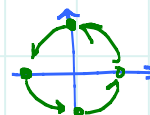
VF3 Il vettore $(3z + y, x, y^2 + 2x)$ è un rotore V $\text{div} = 0$ e siamo su $\mathbb{R}^3$

VF4 La forma quadratica $4x^2 + 2y^2 - 4xy$ è definita positiva

V $\rightarrow \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ $\text{Det} > 0$ $\text{Tr} > 0$ $++$
 $\rightarrow (2x - y)^2 + y^2$

VF5 La curva $(-\sin t, \cos t)$ con $0 \leq t \leq 2\pi$ è percorsa in senso orario

F



VF6 La funzione $f(x, y) = e^{x+y}$ è una primitiva della forma differenziale $e^{xy}(dx + dy)$

F $f_x = e^{x+y}$

VF7 L'estremo superiore su $\mathbb{R}^2$ della funzione $f(x, y) = e^{xy}$ è $+\infty$

V x e y enormi

VF8 Se $f(x, y) = o(x^2 + y^2)$ e $g(x, y) = o(x^2 + y^2)$ per $(x, y) \rightarrow (0, 0)$ allora di sicuro

$$(f(x, y))^2 - (g(x, y))^2 = o((x^2 + y^2)^{5/2}) \quad \text{per } (x, y) \rightarrow (0, 0)$$

F

$f = o(\rho^2)$ $f^2 = o(\rho^4)$ $o(\rho^5)$
 $g = o(\rho^2)$ $g^2 = o(\rho^4)$

MC1 Sia $f(x, y, z) = x^3 + x \log(y) + \sqrt{z}$. Allora $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(1, 1) = \dots$

- (A) $1 - \frac{1}{8\sqrt{2}}$ (B) 0 (C) (3, 1) (D) 3 ~~(E) 1~~

$f_y = \frac{x}{y}$
 $f_{xy} = \frac{1}{y}$

MC2 Sia $B := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ e sia $\alpha > 0$. Allora

$\frac{1}{\alpha}$

$$\int_B \frac{1}{(|x| + |y|)^\alpha} dx dy < +\infty$$

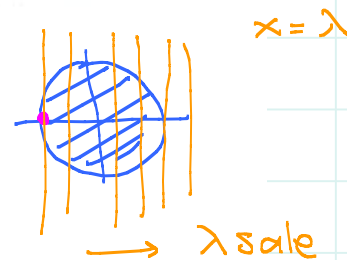
(A) Se e solo se $0 < \alpha < 1$

(B) Se e solo se $\alpha > 1$

(C) Mai

~~(D)~~ Se e solo se $0 < \alpha < 2$

(E) Se e solo se $\alpha > 2$



MC3 Sia $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}$. Allora $\min_D 7x = \dots$

(A) 7

(B) -28

(C) -7

~~(D)~~ -14

(E) 0

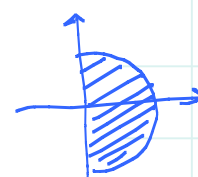
MC4 Sia $B := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0\}$. Stabilire QUANTI dei seguenti integrali sono nulli.

$$\int_B (x+y)^2 dx dy, \quad > 0$$

$$\int_B \cos^2(xy) dx dy, \quad > 0$$

$$\int_B x^3 y^3 dx dy, \quad = 0$$

$$\int_B e^y dx dy, \quad > 0$$



(A) 2

~~(B)~~ 1

(C) 4

(D) 3

(E) 0

MC5 Sia $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$. Allora $\int_B 7x^2 dx dy = \dots$

(A) $\frac{7}{12}$

~~(B)~~ $\frac{7\pi}{16}$

(C) $\frac{7}{16}$

(D) 0

(E) $\frac{7\pi}{12}$

MC6 Sia $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, -x \leq y \leq x\}$. Allora $\int_D 5y dx dy = \dots$

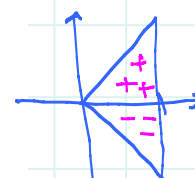
(A) $\frac{5}{3}$

(B) 2

(C) $\frac{10}{3}$

(D) 5

~~(E)~~ 0



MC7 Consideriamo la curva $\gamma(t) = (2t, 3t)$ definita per $0 \leq t \leq 1$. Allora $\text{Lunghezza}(\gamma) = \dots$

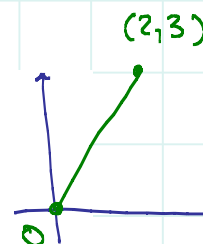
(A) $\sqrt{5}$

(B) 13

(C) 6

~~(D)~~ $\sqrt{13}$

(E) 5



MC8 Stabilire per QUALI valori del parametro $\alpha > 0$ la funzione

$$f(x, y) = \frac{|x| \cdot |y|^{8\alpha}}{1 + x^2 + y^2}$$

ammette limite per $x^2 + y^2 \rightarrow +\infty$.

(A) Se e solo se $\alpha \neq \frac{1}{8}$

(B) Se e solo se $0 < \alpha < 1$

(C) Se e solo se $\alpha > \frac{1}{8}$

~~(D)~~ Se e solo se $0 < \alpha < \frac{1}{8}$

(E) Se e solo se $\alpha > 1$