

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y^2 + z^3 = 4, x \geq 0, z \geq 0\}$$

$(2, 1, 1) \rightsquigarrow y$ negative

$$F = (xy, e^x + \sin^3 z, y^3)$$

$$\int \langle \vec{F}, \vec{n} \rangle d\sigma$$

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 - y^4 z^2 + 2z^2 = 1, 0 \leq y \leq 1\}$$

$(1, 0, 0) \rightsquigarrow x$ negative

$$F = (xy, -y^2, yz + e^{x^2})$$

$$\int \langle \vec{F}, \vec{n} \rangle d\sigma$$

$$\partial\Omega = \{x + y + 3z = 1, x, y, z \geq 0\} \cup \{x=1\} \cup \{y=0\} \cup \{z=0\}$$

$$\iiint_{\Omega} y \, dx \, dy \, dz$$

Esercizio 1 (a) $\exists C$ reale tale che

$$xy^2 \leq C(1 + x^4 + y^3) \quad \forall x \geq 0 \quad \forall y \geq 0$$

(b) $\exists C$ reale tale che

$$|xy^2| \leq C|1 + x^4 + y^3| \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$$

$$x=1, y=-\sqrt[3]{2} \quad \text{così a } sx > 0 \text{ e a } dx = 0$$

$$(a) \frac{xy^2}{1 + x^4 + y^3} \leq C, \text{ cioè se } f(x, y) \text{ è limitata dall'alto}$$

Quindi bisogna fare max/min su $x \geq 0, y \geq 0$.

$$x = u^3, y = v^4 \rightsquigarrow \frac{u^3 v^8}{1 + u^{12} + v^{12}} \rightarrow 0 \quad \text{in gen. } \Rightarrow \text{max esiste}$$

Con qualche calcolo il max lo trovo davvero.

Esercizio 2

$$\partial\Omega = \{x+y+3z=1, x,y,z \geq 0\} \cup \{x=0\} \cup \{y=0\} \cup \{z=0\}$$

Calcolare

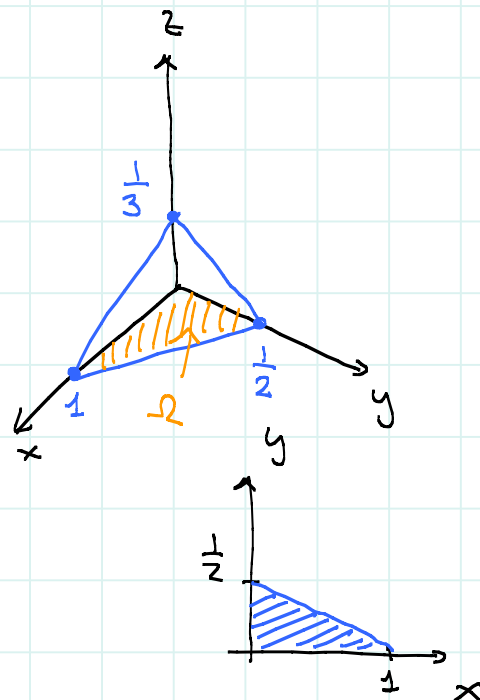
$$\iiint_{\Omega} y \, dx \, dy \, dz$$

$$\iint_{\Omega} dx \, dy \int_0^{\frac{1-x-y}{3}} y \, dz$$

$$= \iint_{\Omega} \frac{1}{3} y (1-x-y) \, dx \, dy$$

$$= \int_0^1 dx \int_0^{\frac{1}{2}(1-x)} dy \, y (1-x-y) = \text{si fa...}$$

— 0 — 0 —



Esercizio 3

$$S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 - y^4 z^2 + 2z^2 = 1, 0 \leq y \leq 1\}$$

versore normale $(1,0,0) \leadsto x$ negative

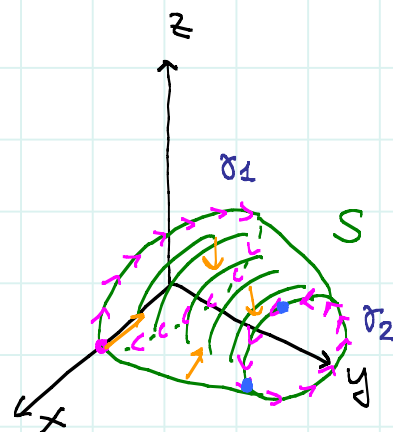
$$F = (xy, -y^2, yz + e^{x^2})$$

$$\int \langle \vec{F}, \vec{n} \rangle \, d\sigma$$

Come è fatta S?

$\rightarrow y$ varia in $[0,1]$

$\rightarrow$ fissato y diventa $x^2 + (2-y^4)z^2 = 1$
quindi sono ellissi



Normale verso il dentro.

div $F = 0 \leadsto F =$ rotore di qualcosa

Parametrizzazione coerente del bordo

$$\gamma_1(t) = (\cos \theta, 0, \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta) \text{ con } \theta \in [0, 2\pi] \text{ con verso ok}$$

$$\gamma_2(t) = (\cos \theta, 1, \sin \theta) \text{ con } \theta \in [0, 2\pi] \text{ al contrario}$$

S è un pezzo del bordo di

$$V = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (y, z) \in \Omega, 0 \leq x \leq 4 - y^2 - z^2 \}$$

$$\iiint_V \operatorname{div} \vec{F} = \int_{\partial V} \langle \vec{F}, \vec{n} \rangle d\sigma$$

$\uparrow$
normale esterna,
opposta risp. alla nostra

$$= - \text{quello che vogliamo} + \int_{\substack{\text{Base } x=0 \\ \text{"0"}}} \langle \vec{F}, \vec{n} \rangle$$

$$+ \int_{\substack{\text{Punte} \\ z=0 \\ \uparrow}} \langle \vec{F}, \vec{n} \rangle d\sigma$$

$\vec{0}$ per
simmetria

$$\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z=0, 0 \leq x \leq 4 - y^2 \}$$

— 0 — 0 —

