

Esercizio 1 $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \underbrace{2x^2 + 3y^4 + z^2 \leq 5}_{\text{specie di ellissoide}}, \underbrace{x \geq 0, z \geq 0}_{\text{dividendo in 4}}\}$

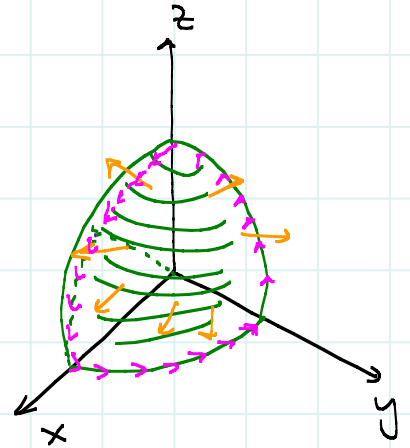
Le sezioni a y costante sono vere ellissi, con i quadranti

Consideriamo la corrispondente sup. S

con

$$2x^2 + 3y^4 + z^2 = 5, \quad x \geq 0, z \geq 0$$

orientata in maniera "uscite" rispetto a V .



Descrivere ∂S e parametrizzarlo con l'orientazione giusta

∂S è fatto da due specie di semicirconferenze

→ una nel piano $x=0$

→ una nel piano $z=0$

Piano $x=0$ $x=0, 3y^4 + z^2 = 5 \quad \leftarrow \gamma_1$

Piano $z=0$ $2x^2 + 3y^4 = 5 \quad z=0 \quad \leftarrow \gamma_2$

Parametrizzazione cartesiana

$$\gamma_1(t) = (0, t, \sqrt{5-3t^4}) \quad t \in [-\sqrt[4]{\frac{5}{3}}, \sqrt[4]{\frac{5}{3}}] \quad \text{al contrario}$$

$$\gamma_2(t) = \left(\sqrt{\frac{5-3t^4}{2}}, t, 0 \right) \quad t \in [\dots] \quad \text{con verso giusto.}$$

Descrizione di ∂V con orientazione esterna.

Ha 3 pezzi

- Superficie S con orientazione esterna
- Base $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z=0, x^2+y^2 \leq 5, x \geq 0\}$
con $\vec{n} = (0, 0, -1)$
- Muro dietro $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x=0, z \geq 0, y^2+z^2 \leq 5\}$
con $\vec{n} = (-1, 0, 0)$.

— 0 — 0 —

Esercizio border-line (versione 2D)

$$E(x, y) = \left(\frac{x}{x^2+y^2}, \frac{y}{x^2+y^2} \right)$$

La corrispondente forma diff. è esatta su tutto $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$?

Sì, vedo a occhio una primitiva

$$F(x, y) = \frac{1}{2} \log(x^2+y^2)$$

[Potevo vedere che $\rightarrow$ è chiusa, ma non bastava

$\rightarrow$ l'integrale su $(\cos t, \sin t)$ con $t \in [0, 2\pi]$ si annulla, e questo insieme alla chiusura è sufficiente].

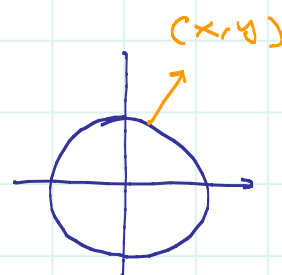
Calcolare il flusso

$$\int_{\partial B} \langle \vec{E}, \vec{n} \rangle dS$$

$\uparrow$ $x^2+y^2=1$ $\uparrow$ orientazione esterna

Con la definizione

$$\int_{\partial B} \langle \vec{E}, \vec{n} \rangle dS = \int_{\partial B} 1 dS = 2\pi$$



$$= \varepsilon^2 \cdot 2\pi \left[-\frac{1}{1+\varepsilon^2} + \frac{1}{\varepsilon^2} \right]$$

$$= 2\pi \cancel{\varepsilon^2} \frac{-\cancel{\varepsilon^2} + 1 + \cancel{\varepsilon^2}}{\cancel{\varepsilon^2} (1 + \varepsilon^2)} = \text{come previsto.}$$

— 0 — 0 —