

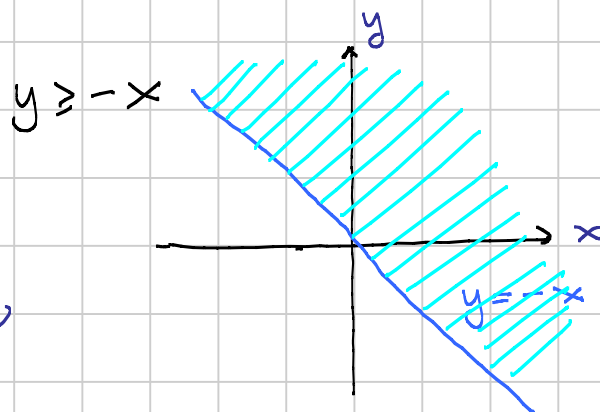
DISEGNO DI INSIEMI DEL PIANO

[PREREQUISITI: precorso]

Disegnare sottoinsiemi di $\mathbb{R}^2$ descritti da equazioni e/o disequazioni.

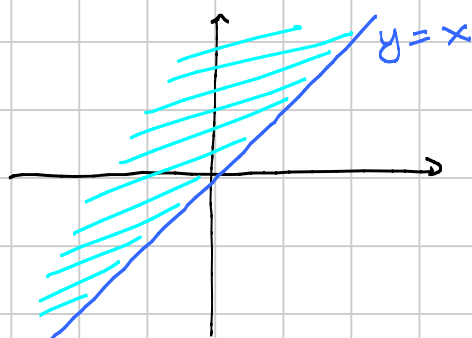
$$\textcircled{1} \underbrace{\{(x,y) \in \mathbb{R}^2\}}_{\text{p.ti del piano}} : \underbrace{x+y \geq 0}_{\text{condizione}}$$

P.ti che stanno "sopra" la retta $y = -x$,
retta compresa (c'è $\geq$)



$$\textcircled{2} \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x-y \leq 0\} \quad \xrightarrow{\quad} \quad y \geq x$$

P.ti "sopra" retta $y = x$



$$\textcircled{3} \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 3 \leq x+y \leq 5\}$$

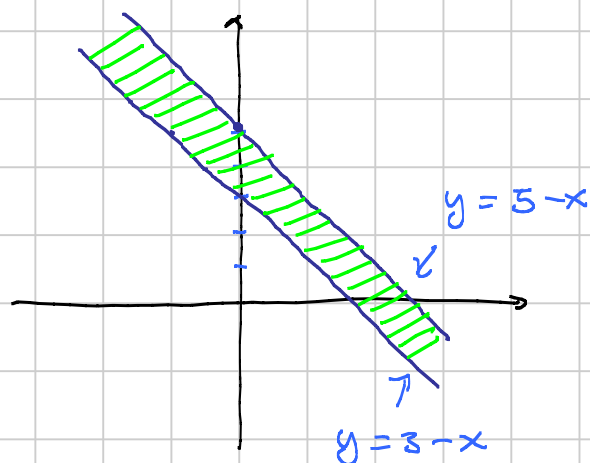
Due condizioni

$$3 \leq x+y \quad y \geq -x+3$$

$$x+y \leq 5 \quad y \leq -x+5$$

che devono essere vere ENTRAMBE

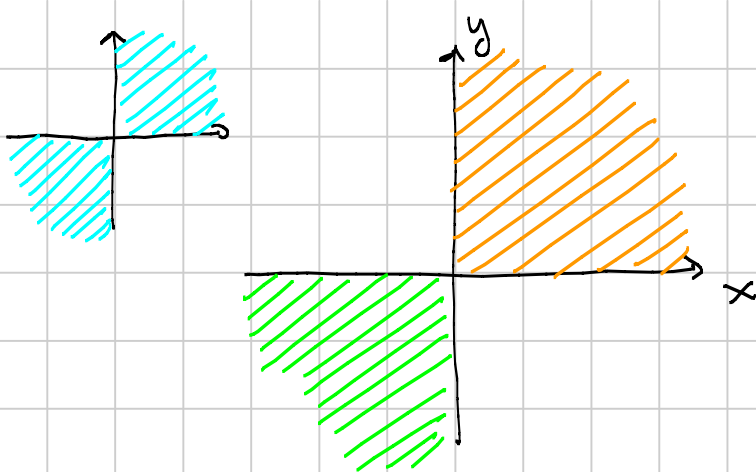
P.ti della striscia compresa tra 2 rette



④ $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : xy \geq 0\}$

Due casi

- $x \geq 0$ e $y \geq 0$ ●
- $x \leq 0$ e $y \leq 0$ ●



Unione di 1° e 3° quadrante

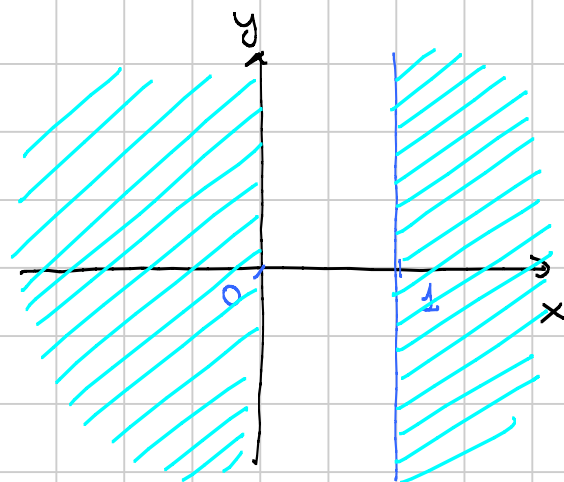
⑤ $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - x \geq 0\}$

Non pensare nemmeno: p.ti che stanno sopra / sotto una parabola

$x(x-1) \geq 0$ soddisfatta per valori esterni all'intervallo delle

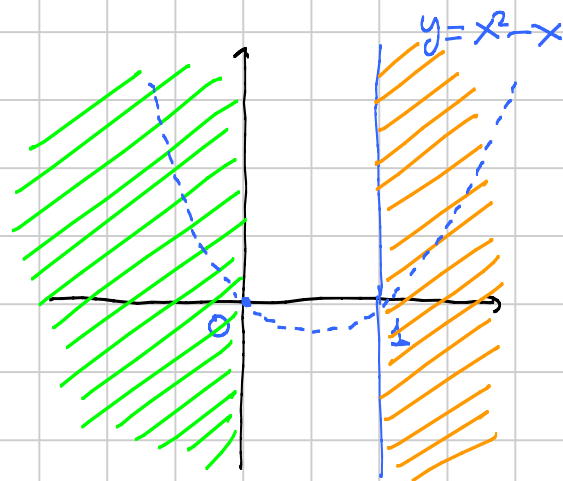
radici: $x=0$ e $x=1$

$x \leq 0$ oppure $x \geq 1$



$x(x-1) \geq 0$ ci sono 2 casi

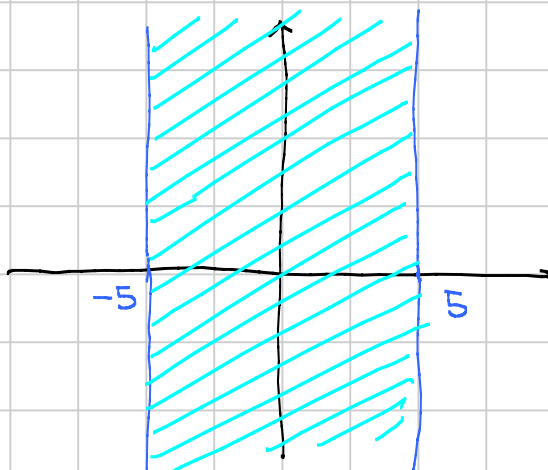
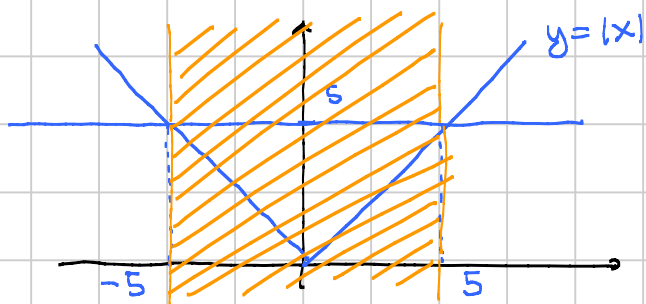
- $x \geq 0$ e $x-1 \geq 0 \rightsquigarrow x \geq 1$ ●
- $x \leq 0$ e $x-1 \leq 0 \rightsquigarrow x \leq 0$ ●



⑥ $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 5\}$

$|x| \leq 5$ vuol dire

$$-5 \leq x \leq 5$$

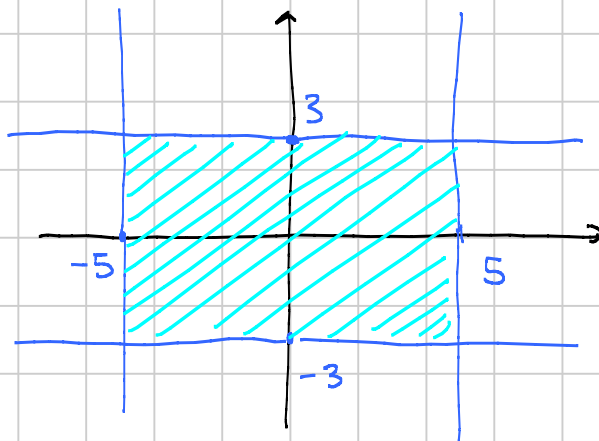


$$\textcircled{7} \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 5, |y| \leq 3 \}$$

Le due condizioni devono essere
vere ENTRAMBE

- $|x| \leq 5 \quad -5 \leq x \leq 5$
- $|y| \leq 3 \quad -3 \leq y \leq 3$

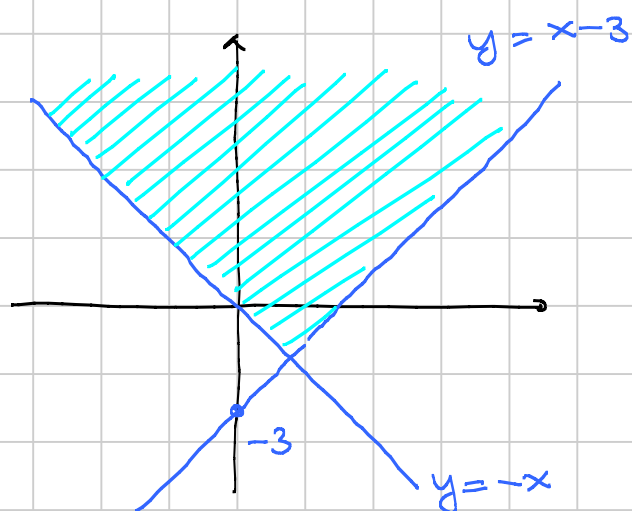
Rettagolo!



$$\textcircled{8} \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : x+y \geq 0, x-y \leq 3 \}$$

$$y \geq -x \quad y \geq x-3$$

Intersezione dei due semipiani
= zona sopra ad entrambe
le rette



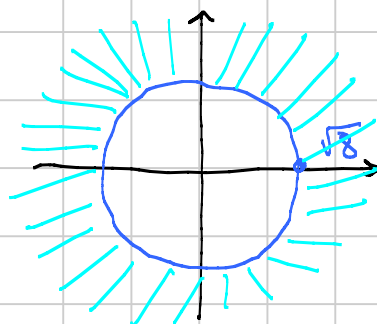
Se volevo la zona "sinistra" le condizioni sarebbero state

$$y \geq x-3 \quad \text{e} \quad y \leq -x$$

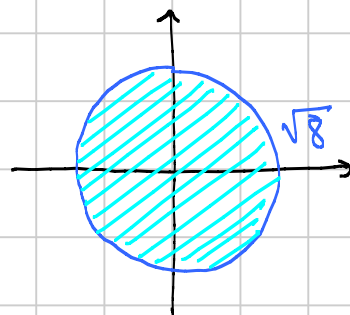
che si possono scrivere come $x-y \leq 3, x+y \leq 0$.

$$\textcircled{9} \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : \underbrace{x^2+y^2}_{\geq 8} \}$$

Distanza dall'origine $\geq \sqrt{8}$



$$\textcircled{10} \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \leq 8 \}$$



Varianti speciali

$$x^2+y^2 \geq 0 \quad \rightsquigarrow \text{ tutto il piano}$$

$$x^2+y^2 \leq 0 \quad \rightsquigarrow \text{ solo l'origine } (0,0) \quad (\text{e non l'insieme vuoto})$$

$$x^2+y^2 < 0 \quad \text{oppure} \quad x^2+y^2 \leq -3 \quad \rightsquigarrow \emptyset$$

④ $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2: x^2 - y^2 \geq 0\}$

$(x+y)(x-y) \geq 0$ quindi 2 casi

• $x+y \geq 0, x-y \geq 0$ ●

$y \geq -x, y \leq x$

• $x+y \leq 0, x-y \leq 0$ ●

$y \leq -x, y \geq x$

Altro modo di ottenere lo stesso grafico: "disegnare" il segno delle due espressioni

$x+y$ ●

$x-y$ ●

$x-y \geq 0 \Rightarrow y \leq x$

Se voglio che il prodotto sia ≥ 0 ,
mi interessano le zone ++ e --

1° bis $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2: x^2 - y^2 \leq 0\}$

$(x-y)(x+y) \leq 0$

• $x-y$ ●

$x-y \geq 0 \Leftrightarrow y \leq x$

$x-y \leq 0 \Leftrightarrow y \geq x$

• $x+y$ ●

$x+y \geq 0 \Leftrightarrow y \geq -x$

$x+y \leq 0 \Leftrightarrow y \leq -x$

Ora ci interessano zone +- e -+

[verificare qualcosa!]

— 0 — 0 —

