

ANALISI 1	$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$	$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{15}$
ANALISI 2	$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$	$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$
ANALISI 3	$f: X \rightarrow \mathbb{R}$	dove $\dim X = +\infty$

Recorso	20%	→ Calcolo diff. in + variabili	} Prima passata
Analisi 1	40%	→ Calcolo integrale in + variabili	
Algebra Lin	10%	→ Curve, sup., calcolo vettoriale	
Analisi 2	30%	→ Successioni e serie di funzioni	} Seconda passata
		→ Equazioni Diff.	
		→ Spazi metrici	

SLOGAN : UNIFORME (MENTE)

Ripasso su $\mathbb{R}^n$

① È uno spazio vettoriale (somma e prodotto per scalare)

[Notazione: $x \in \mathbb{R}^n$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$
 $(x_1, \dots, x_{15}) \in \mathbb{R}^{15}$]

② È definito il prodotto scalare canonico

$$\langle x, y \rangle = x \cdot y = x_1 y_1 + \dots + x_n y_n \quad x \in \mathbb{R}^n, y \in \mathbb{R}^n$$

③ È definita la norma di un vettore

$$|x| = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2} = \langle x, x \rangle^{1/2} \quad (\text{lunghezza del vettore})$$

④ È definita la distanza tra due vettori

$$\text{dist}(x, y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + \dots + (x_n - y_n)^2} = |x - y|$$

Idea generale: prod. scalare $\rightsquigarrow$ norma $\rightsquigarrow$ distanza
 $\downarrow$
 topologia

Def. Sia $x_0 \in \mathbb{R}^n$ e sia $r > 0$. Si dice **PALLA** con centro in x_0 e raggio r l'insieme

↑
aperta

$$B_r(x_0) = \{x \in \mathbb{R}^n : \text{dist}(x, x_0) < r\} \leftarrow \text{aperta}$$

$$\overline{B}_r(x_0) = \{ \quad \quad \quad \leq r \} \leftarrow \text{chiusa}$$

Def. Sia $\{x_n\} \subseteq \mathbb{R}^k$ una successione. Si dice che $x_n \rightarrow x_\infty \in \mathbb{R}^k$ se

$$\boxed{\text{dist}(x_n, x_\infty) \rightarrow 0} \leftarrow \text{limite di numeri}$$

cioè $\forall r > 0 \quad \exists n_0 \in \mathbb{N} \text{ t.c. } \underbrace{|x_n - x_\infty| < r}_{x_n \in B_r(x_\infty)} \quad \forall n \geq n_0$

Osservazione Una volta definite le $B_r(x_0)$ abbiamo immediatamente le nozioni di [dato $A \subseteq \mathbb{R}^n$]

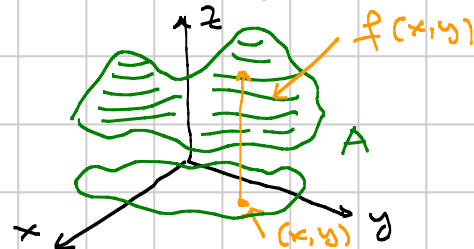
- | | |
|--------------------------|---------------------------|
| ① punto interno | $\leadsto \text{Int}(A)$ |
| ② punto aderente | $\leadsto \text{Clos}(A)$ |
| ③ punto di frontiera | $\leadsto \partial A$ |
| ④ punto di accumulazione | $\leadsto D(A)$ |
| ⑤ punto isolato | $\leadsto \text{Isol}(A)$ |

[Def di ①: Sia $A \subseteq \mathbb{R}^n$ e sia $x_0 \in \mathbb{R}^n$. Si dice che x_0 è interno ad A se $\exists r > 0$ t.c. $\underbrace{B_r(x_0)} \subseteq A$]

Funzioni $f(x, y), f(x, y, z), f(x, \dots, x_{15}), f(x) \quad x \in \mathbb{R}^n$

Dato $A \subseteq \mathbb{R}^2$ e $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, il suo grafico è

$$\text{Grafico}(f) := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x, y) \in A, z = f(x, y)\}$$



Due scorciatoie per visualizzare funzioni $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ con $A \subseteq \mathbb{R}^2$

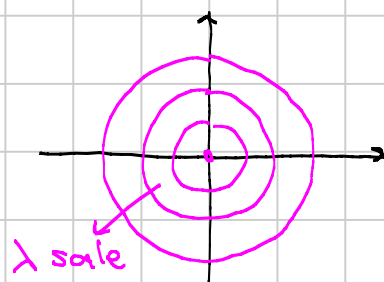
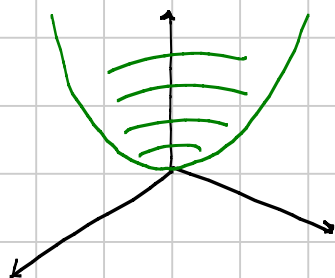
→ linee di livello

$$A_\lambda = \{(x, y) \in A : f(x, y) = \lambda\}$$

Esempio

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

$$x^2 + y^2 = \lambda$$



→ percorsi di omili

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

$$f(t, 0) = t^2$$

↑ al variare di t
descrive l'asse x

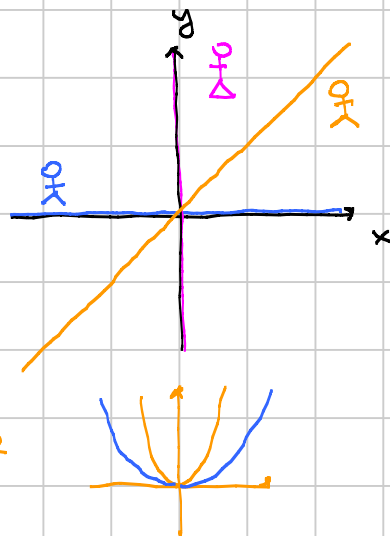
$$f(0, t) = t^2$$

↑ asse y

$$f(t, t) = t^2 + t^2 = 2t^2$$

$$f\left(\frac{t}{\sqrt{2}}, \frac{t}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{2}t^2 = t^2$$

— o — o —



Punti stazionari: p.ti in cui piano tangente $\parallel$ piano base
Oltre ai max / min / flessi ci sono i

MOUNTAIN PASS

