

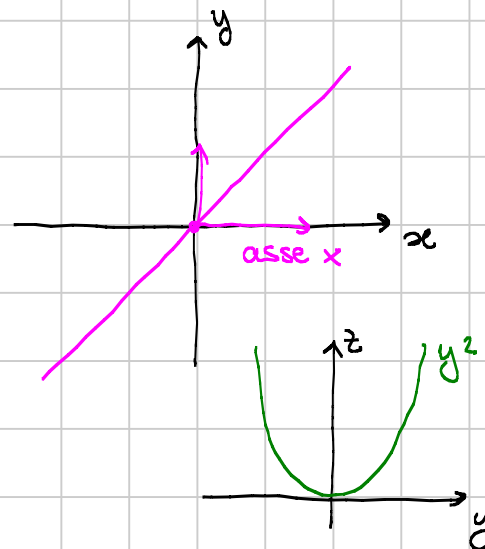
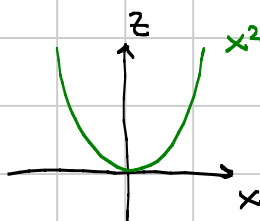
Percorsi di omni } $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

Penso ad un tragitto disegnato nel piano xy e vedo la corrispondente quota dell'omni.

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

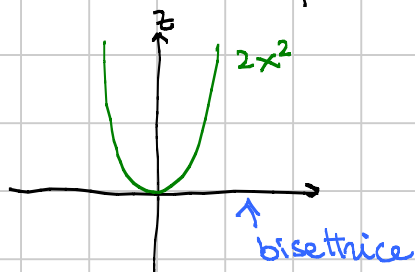
percorrere l'asse x = porre $y=0$,
quindi considerare

$$f(x, 0) = x^2$$



L'omni che percorre l'asse y vede $f(0, y) = y^2$

Un omni che percorre la bisettrice $y=x$ vede $f(x, x) = 2x^2$

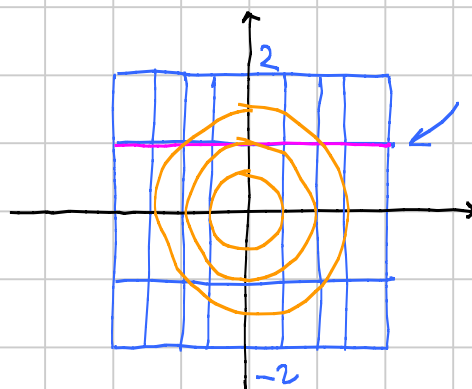


$$\text{Asse } x : (0, 0) + t(1, 0) \quad \left. \begin{array}{l} \text{Asse } y : (0, 0) + t(0, 1) \\ x=y : (0, 0) + t(1, 1) \end{array} \right\} \text{velocità di} \\ \text{norma } 1$$

$$x=y : (0, 0) + t(1, 1) \quad \left. \begin{array}{l} \text{Asse } x : (0, 0) + t(1, 0) \\ \text{Asse } y : (0, 0) + t(0, 1) \end{array} \right\} \text{velocità di} \\ \text{norma } \sqrt{2}$$

$$x=y : (0, 0) + t\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\text{così vedo } f\left(\frac{t}{\sqrt{2}}, \frac{t}{\sqrt{2}}\right) = \frac{t^2}{2} + \frac{t^2}{2} = t^2$$



$$\text{retta } (0, 1) + t(1, 0) \\ = (t, 1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} f(t, 1) = t^2 + 1$$

LIMITI PER FUNZIONI DI 2 O PIÙ VARIABILI

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (x_0,y_0)} f(x,y) \quad \text{ o } \quad \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$$

vettori

A sono 4 possibilità:

- ① esiste $l \in \mathbb{R}$
- ② $+\infty$
- ③ $-\infty$
- ④ N.E. (nessuno dei precedenti)

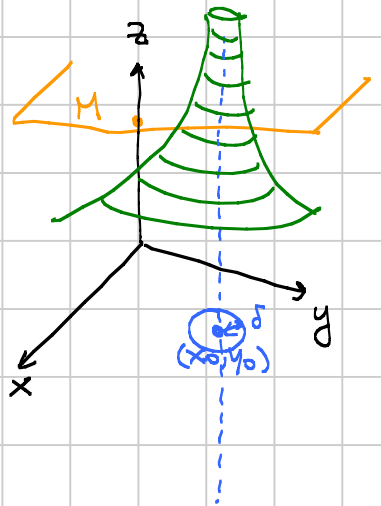
Def. di ② Dico che $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ se

$\forall M \in \mathbb{R}$ (anche enorme)

$\exists \delta > 0$ tale che

$$f(x) \geq M \quad \forall x \in B_\delta(x_0) \setminus \{x_0\}$$

palla con centro in x_0 e raggio δ

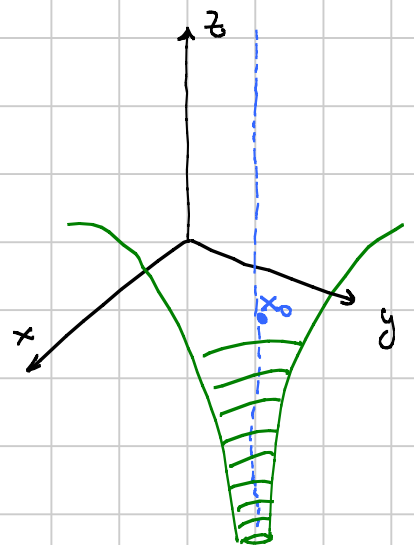


Def. di ③ Dico che $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$ se

$\forall M \in \mathbb{R}$ (anche molto negativo)

$\exists \delta > 0$ tale che

$$f(x) \leq M \quad \forall x \in B_\delta(x_0) \setminus \{x_0\}$$



Def. di ① Dico che $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \in \mathbb{R}$ se

$\forall \varepsilon > 0$ (anche molto vicino a 0)

$\exists \delta > 0$ tale che

$$|f(x) - l| \leq \varepsilon \quad \forall x \in B_\delta(x_0) \setminus \{x_0\}$$

valore assoluto,

Def. Una funzione $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ si dice continua in un pto $x_0 \in \mathbb{R}^n$ se

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

METATEOREMA

Ogni funzione ottenuta a partire dalle funzioni elementari usando operazioni algebriche e/o composizioni è continua dove non presenta problemi burocratici (denominatori che si annullano, radici di roba < 0 , logaritmi di roba ≤ 0)

Esempio 1 $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{\log(1+xy + \sin(x^2y))}{x+y + \arctan x} = 0$

Soluzione: basta sostituire e vedere che viene $\frac{\log(1)^{=0}}{1 + \arctan 1} = 0$
 $\neq \frac{0}{0}$

— 0 — 0 —

Gli strumenti standard per il calcolo dei limiti (confronto, carabinieri, teo. algebrici) funzionano come ad Analisi 1.

Esempio 2 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^{42}}{x^2 + y^2}$

È del tipo $\frac{0}{0}$, quindi è una forma indeterminata.

$$0 \leq \frac{x^2 y^{42}}{x^2 + y^2} = y^{42} \cdot \frac{x^2}{x^2 + y^2} \leq y^{42}$$

≤ 1 perché
denom $\geq$ num.

