

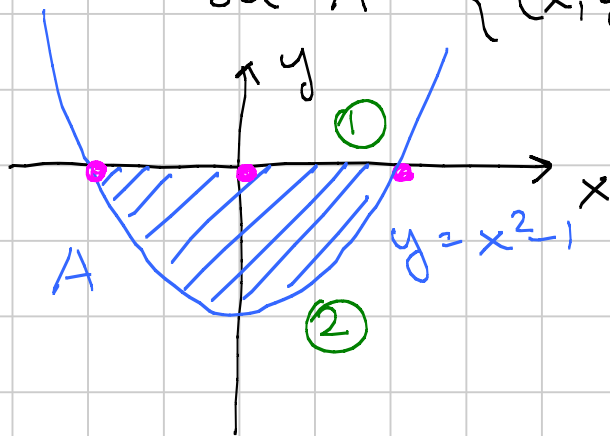
ANALISI II CIV

ORA 20

RICEVIMENTO : Giovedì PN3 [15:30, +∞)
Pendere appuntamento MA/ME
a lezione

Esempio 1 max / min di $f(x,y) = x^4 + y^4$

su $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 1 \leq y \leq 0\}$



$W \Rightarrow$ max e min esistono

* SING. INT. : $\emptyset$

* STAB. INTERNI : $\emptyset$

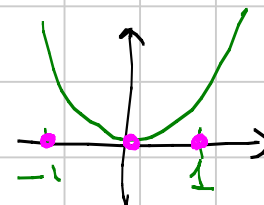
(l'unico stab. è (0,0) e non è
inferno)

* BORDO

$$\textcircled{1} = \{ (t, 0) : t \in [-1, 1] \}$$

$$\textcircled{2} = \{ (t, t^2 - 1) : t \in [-1, 1] \}$$

Sul pezzo $\textcircled{1}$: $\varphi_1(t) = f(t, 0) = t^4$



Sul pezzo $\textcircled{2}$: $\varphi_2(t) = f(t, t^2 - 1) = t^4 + (t^2 - 1)^4$

Devo studiare $\varphi_2(t)$ per $t \in [-1, 1]$

$$\varphi_2'(t) = 4t^3 + 4(t^2 - 1)^3 \cdot 2t$$

$$= 4t \left(t^2 + 2(t^2 - 1)^3 \right) = 0 \quad \begin{array}{l} t=0 \\ () = 0 \end{array}$$

posto $t^2 = z$ diventa
di 3° grado, ---

Esempio 2 $f(x, y) = x^2 + 3y^2$

$$A = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, y \geq x \}$$

$W \Rightarrow \max / \min$ esistono

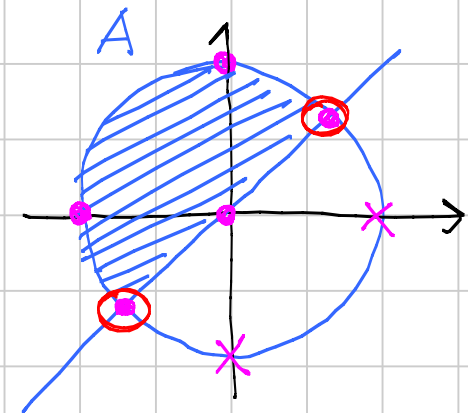
Sing. e staz. interni : $\emptyset$.

Bordo $\nearrow$ param. sul tratto rettilineo
 $\searrow$ molt. sul tratto curvilineo

Rettilineo $f(x, x) = x^2 + 3x^2 = 4x^2 \Rightarrow \min$ per $x=0$
 $\max$ al bordo

Sul tratto curvilineo uso moltiplicatori

con $\Phi(x, y) = x^2 + y^2 - 1$



Estremi inclusi
d'ufficio

$$1^{\circ} \text{ sistema } \begin{cases} \Phi_x = 0 \\ \Phi_y = 0 \\ \Phi = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{NO SOLUZIONI}$$

$$2^{\circ} \text{ sistema } \begin{cases} f_x = \lambda \Phi_x \\ f_y = \lambda \Phi_y \\ \Phi = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x = \lambda \cdot 2x \\ 6y = \lambda \cdot 2y \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \lambda x \\ 3y = \lambda y \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} (0, 1), (0, -1) \\ (1, 0), (-1, 0) \end{array} \right\}$$

1^a eq. $x = \lambda x; \quad x(\lambda - 1) = 0$

$\swarrow$

$x = 0$

$\downarrow$ 3^a eq.

$y = \pm 1$

$\downarrow$

$(0, 1), (0, -1)$

$\searrow$

$\lambda = 1$

$\downarrow$ 2^a eq.

$3y = y \rightarrow y = 0$

$\downarrow$ 3^a eq.

$x = \pm 1$

$(1, 0), (-1, 0)$

Se si usano i moltiplicatori, ma interessa solo un pezzo dell'insieme $\Phi = 0$, allora bisogna

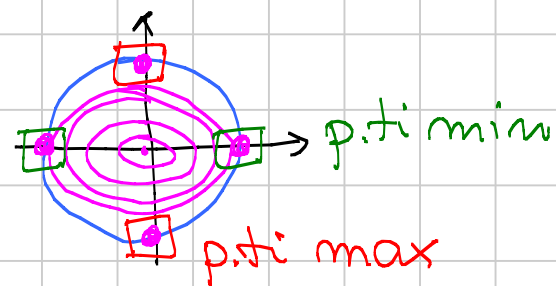
① Escludere i candidati che non sono nel pezzo giusto

② Includere d'ufficio gli estremi del pezzo considerato
— o — o —

Esempio 2.5 $f(x, y) = x^2 + 3y^2$

$$A = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1 \}$$

↑
SOLO BORDO



$W \Rightarrow$ max e min esistono $\Rightarrow$ saranno per forza sul bordo

$\Rightarrow$ il sistema dei multipl. deve avere almeno 2 soluz.

$\Rightarrow$ p.to max, p.to min.

Esempio 3

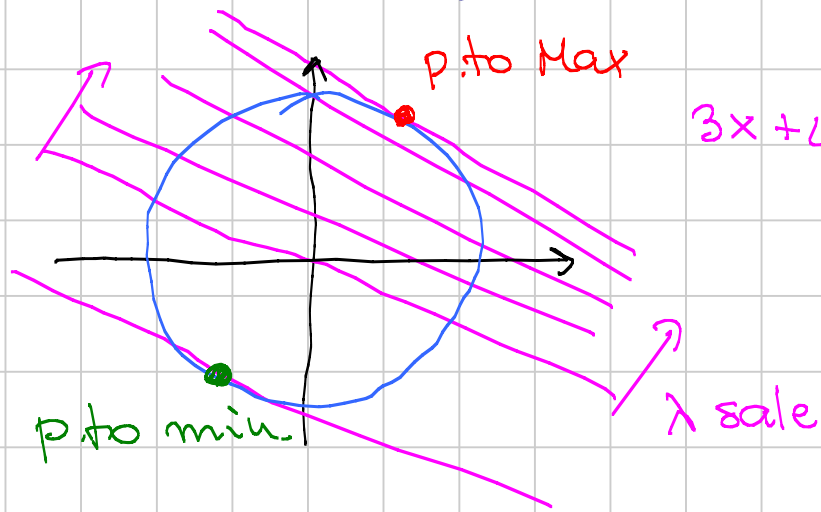
$A =$ cerchio centro $(0,0)$ e raggio 1

$$f(x,y) = |3x+4y|$$

Dove $||=0$ è probabile
che ci siano p.ti sing.

Studio il problema SENZA il valore assoluto

Studio max/min di $g(x,y) = 3x+4y$



$$3x+4y = \lambda ; \quad y = -\frac{3}{4}x + \frac{\lambda}{4}$$

Per calcolare i valori posso usare
i moltiplicatori

Supponiamo venga $\text{Max} = \frac{3}{2}$

$$\text{min} = -\frac{3}{2}$$

In generale: se f cambia segno in A , per il max se la gioca su:

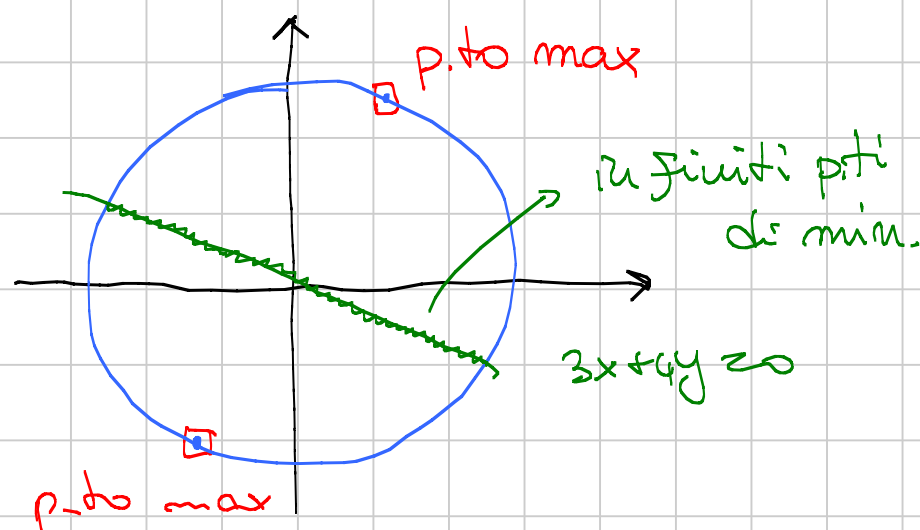
- * il vecchio max

- * il vecchio min cambiato di segno

Il minimo è per forza $= 0$, quindi per $f(x, y) = |3x + 4y|$
i p.ti di minimo sono tutti quelli in cui

$$3x + 4y = 0$$

Finale per $f(x, y)$



Esempio --

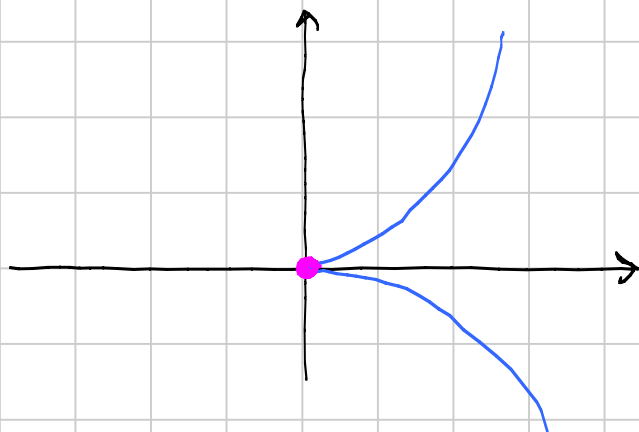
Bordo

$$\underbrace{y^2 - x^3 = 0}_{\phi(x, y)}$$

1° sistema

$$\begin{cases} \phi_x = 0 \\ \phi_y = 0 \\ \phi = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3x^2 = 0 \\ 2y = 0 \\ y^2 = x^3 \end{cases} \Rightarrow \boxed{(0, 0)} \text{ SOLUZIONE}$$



$$y^2 = x^3$$

$$y = \pm x^{3/2}$$

NELLE SOLUZIONI DEL 1°
SISTEMA CI POSSONO
ESSERE ANGOLI