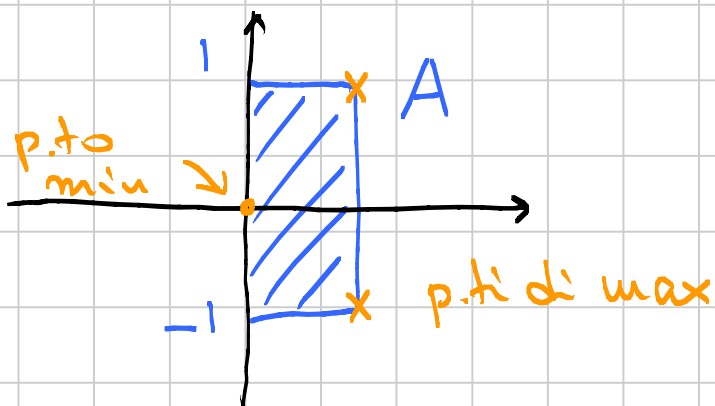


ANALISI II CIV

ORA 10

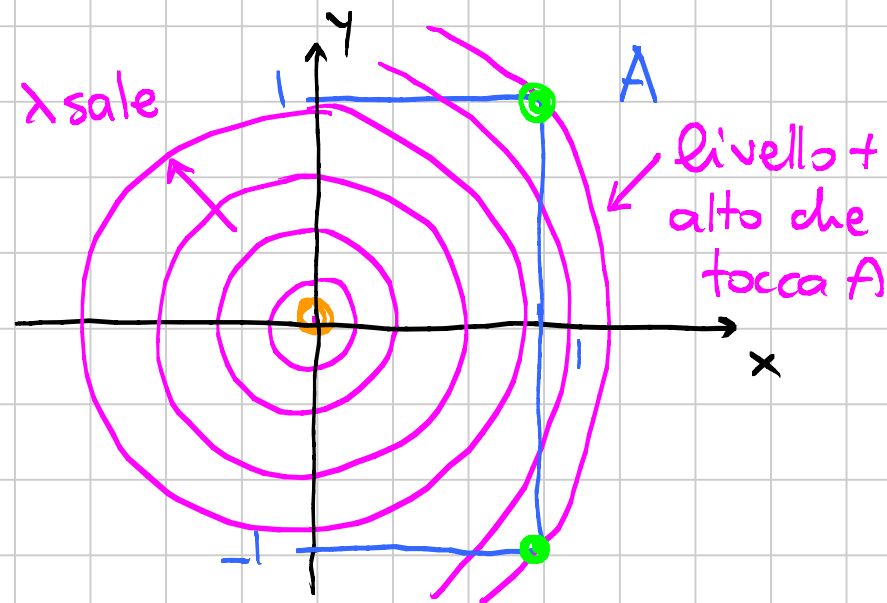
Esempio 1 $f(x, y) = x^2 + y^2$ $A = [0, 1] \times [-1, 1]$



Max = 2 p.ti di max: $(1, 1)$, $(1, -1)$

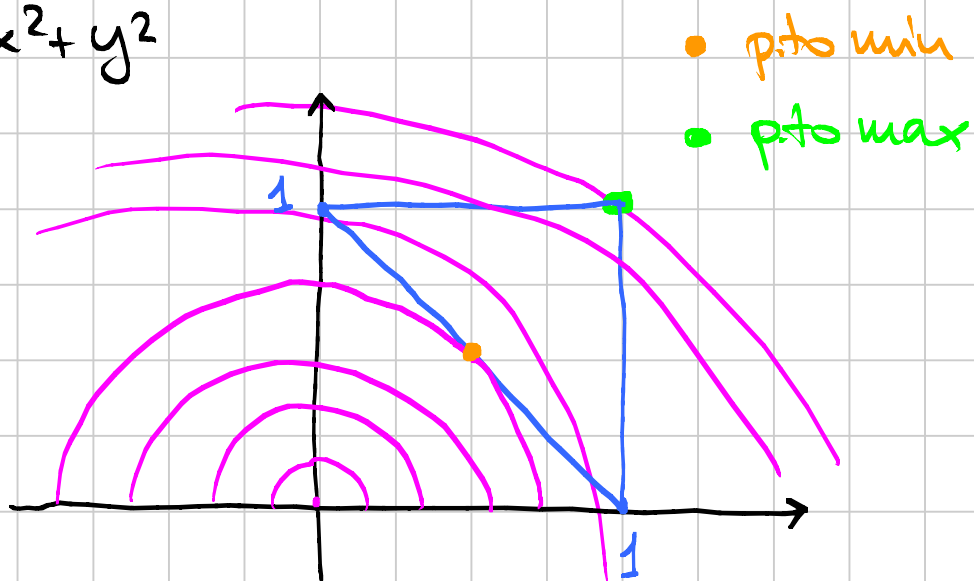
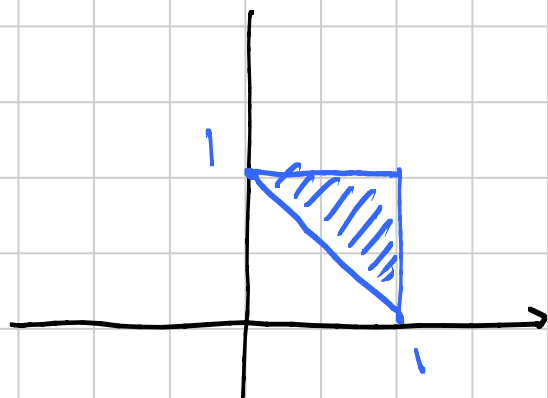
min = 0 p.to d'min: $(0, 0)$

Metodo delle linee di livello
minimo $\leadsto$ linea di livello
+ basso che
tocca A



Esempio 2

$$f(x,y) = x^2 + y^2$$



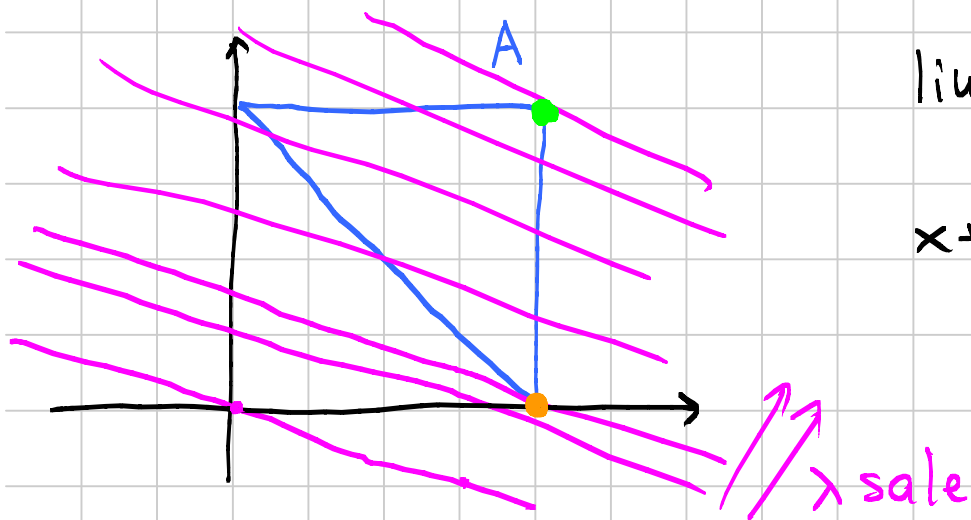
Risposta:

$$\max = 2 \quad \text{p.to di max} \quad (1,1)$$

$$\min = \frac{1}{2} \quad \text{p.to di min} \quad \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

$$f\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

Esempio 3 A come in es. 2. $f(x,y) = x+3y$



linee di livello $f(x,y) = \lambda$

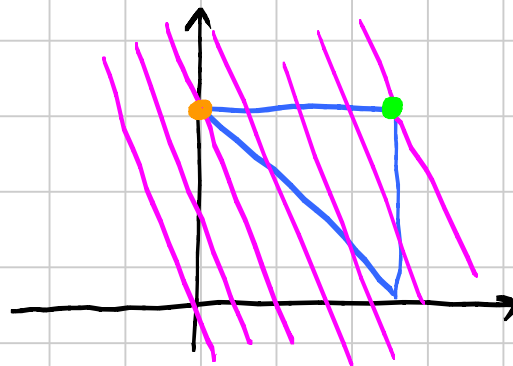
$x+3y = \lambda$ famiglia di rette //
con coeff. ang. $-\frac{1}{3}$

$$y = -\frac{x}{3} + \frac{\lambda}{3}$$

Risposta: max : 4
min : 1

p.to di max : (1,1)
p.to di min : (1,0)

Es. 4 $f(x,y) = 3x+y$



Es. 5: cosa accade
con $f(x,y) = x+y$

Derivate successive per funzioni di n variabili

$$f(x, y) = x^3 + 5x^2y + y^4$$

$$f_x = 3x^2 + 10xy$$

$$f_y = 5x^2 + 4y^3$$

$$f_{xx} = 6x + 10y$$

$$f_{xy} = 10x$$

$$f_{yx} = 10x$$

$$f_{yy} = 12y^2$$

Una funzione di 2 variabili ha 2 der. prime, 4 der. sec.,
8 der. terze, ..., 2^k derivate k -esime

Una funzione di n variabili ha n^k der. k -esime

S
E
M
B
R
A

$$f_x = \frac{\partial f}{\partial x}$$

$$f_{xx} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$$

$$f_{yy} = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

$$f_{xy} = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$$

$$f_{xxy} = \frac{\partial^3 f}{\partial x^2 \partial y}$$

Esempio $f(x, y) = \sin(x^2 y)$

$$f_x = 2xy \cos(x^2 y)$$

$$f_y = x^2 \cos(x^2 y)$$

$$f_{xx} = 2y \cos(x^2 y) - 4x^2 y^2 \sin(x^2 y)$$

$$f_{xy} = 2x \cos(x^2 y) - 2x^3 y \sin(x^2 y)$$

$$f_{yx} = 2x \cos(x^2 y) - 2x^3 y \sin(x^2 y)$$

UGUALI

$$f_{yy} = -x^4 \sin(x^2 y)$$

Teorema inversione dell'ordine di derivazione

Sotto ipotesi decenti (ad esempio se f_{xy} e f_{yx} esistono e sono continue) si ha che $f_{xy} = f_{yx}$

Conseguenza: in una derivata 2^a-esima di una funz. di 2 variabili conta solo quante derivo risp. a x e quante rispetto a y

$$f_{x \boxed{y} x y} = f_{x x y y}$$

INVECE

Deriv. 2^a in 2 var.

3^a in "

f_{xx} f_{xy} f_{yy} 3

f_{xxx} f_{xxy} f_{xyy} f_{yyy} 4

k -esima $\rightsquigarrow$ $k+1$ perché risp. a x posso deriv.

$0, 1, 2, \dots, k$

Esercizio $f(x, y) = \arctan(x^{3x} \sin x) + \frac{\log(1+e^y)}{\sin^5 y^6}$

$$f_{xy}(8, 25) = 0$$

Quando faccio f_x scompare il pezzo con le y e rimane un mostro con sole x

Ora derivo il mostro risp. a y e questo scompare.

$$f_{xy}(x, y) = 0$$

IDEM per $f(x, y) = g(x) + h(y)$.