

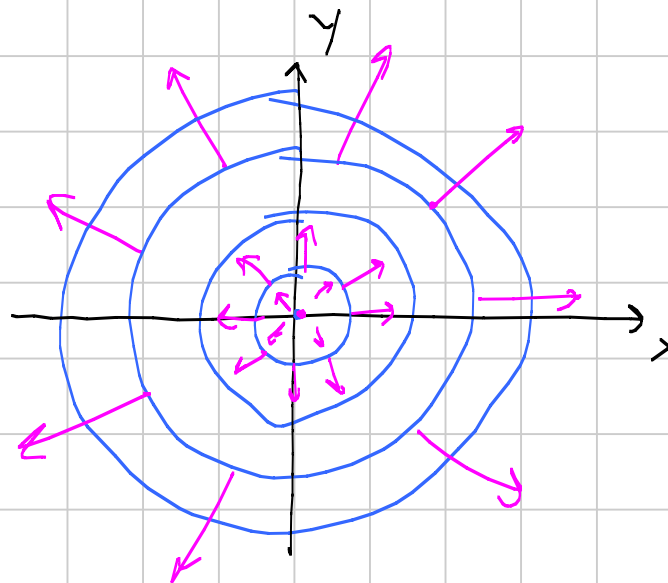
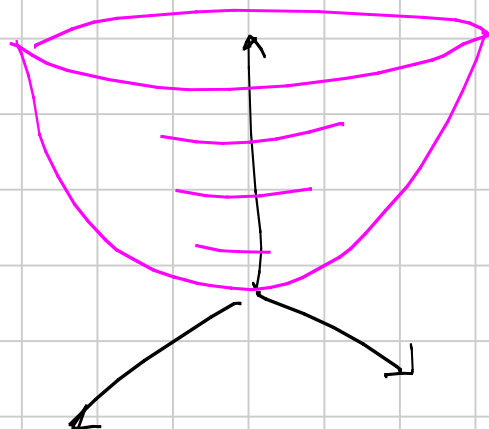
ANALISI II C/V (NOCL.)

ORA 8

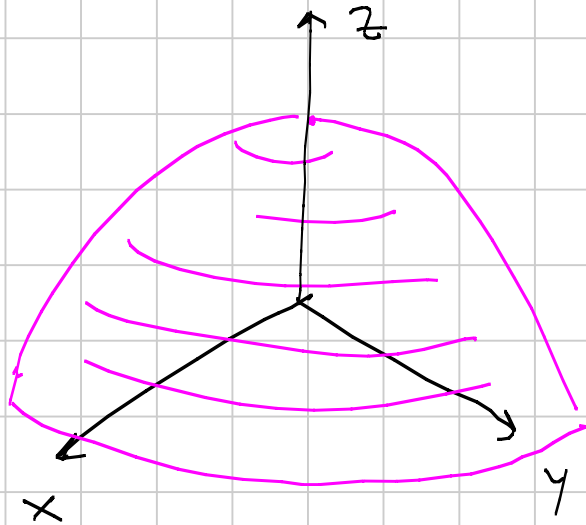
Esempi $f(x, y) = x^2 + y^2$

$$\nabla f(x, y) = (2x, 2y)$$

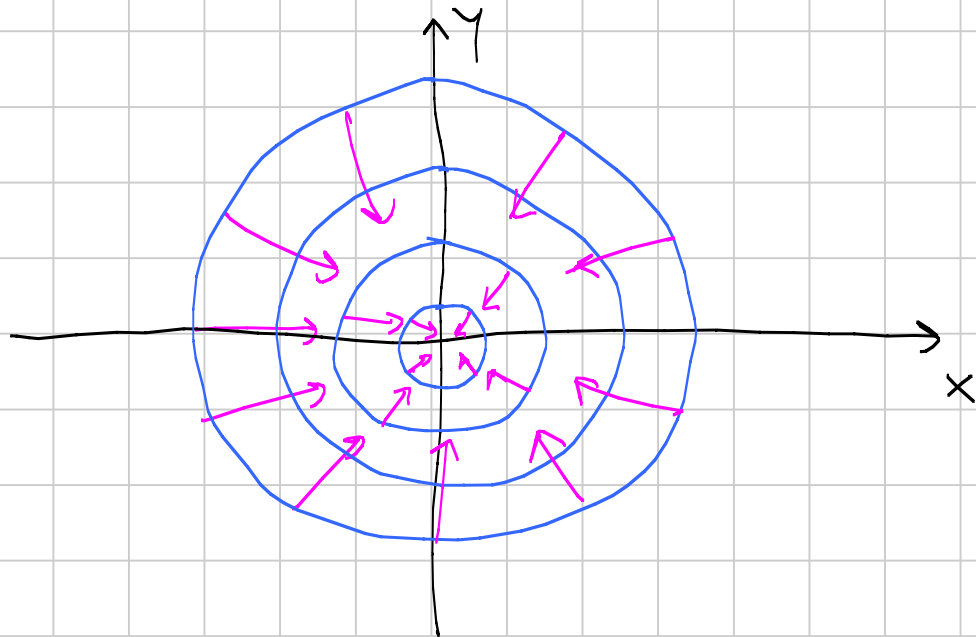
$$\text{In } (0, 0), \nabla f(0, 0) = (0, 0)$$



$$f(x,y) = 5 - x^2 - y^2$$



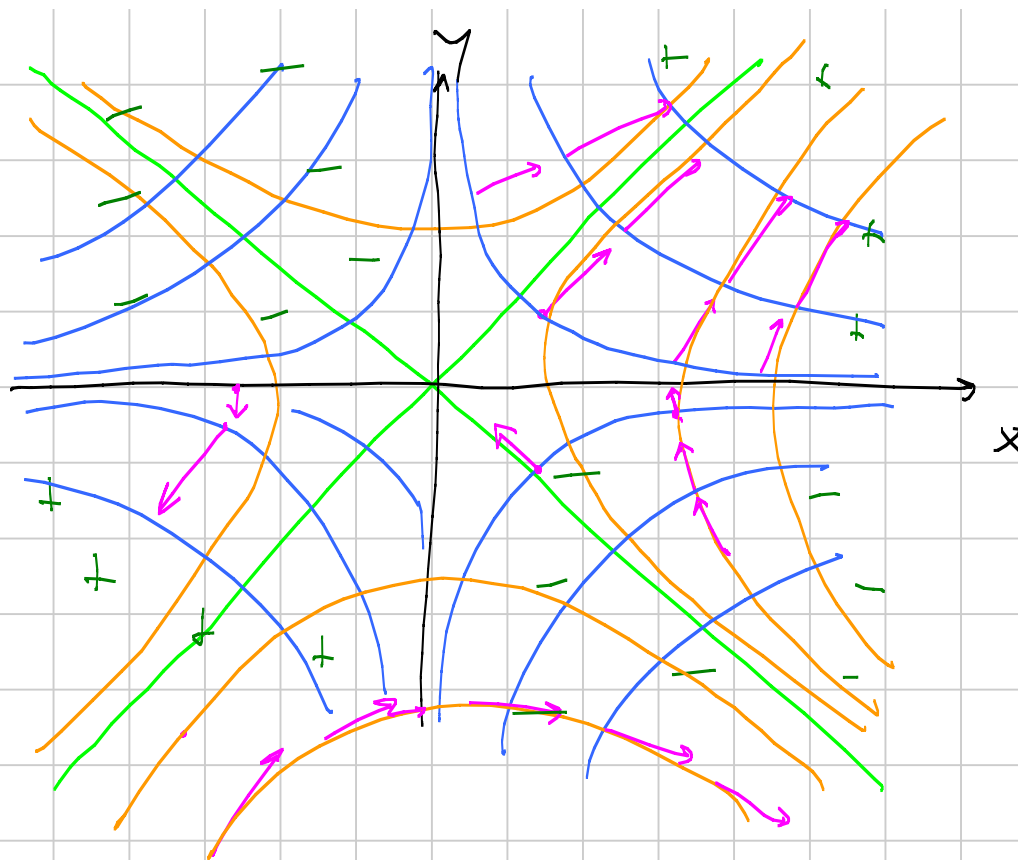
$$\nabla f(x,y) = (-2x, -2y)$$



$$f(x, y) = xy$$

$$xy = \lambda$$

Le iperboli arancio
 & quelle blu sono
 tra di loro $\perp$



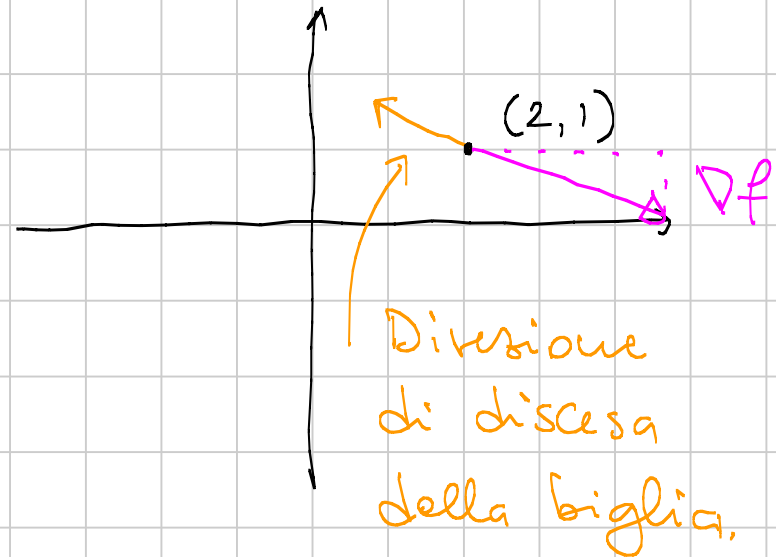
Esempio $f(x, y) = x^2 - y^4 + xy$ montagna

In quale direzione scende
una biglia posta nel p.to
con. a $(2, 1)$?

$$\nabla f(x, y) = (2x + y, -4y^3 + x)$$

$$\nabla f(2, 1) = (5, -2)$$

— o — o —



In 1 variabile : $f'(x_0)$ = coeff. ang. retta tangente

$$y = f'(x_0) \underbrace{(x - x_0)}_h + f(x_0)$$

retta che passa
per $(x_0, f(x_0))$
e ha coeff. ang. $f'(x_0)$

In 2 variabili il piano tangente al grafico ha equazione

$$Z = f(x_0, y_0) + f_x(x_0, y_0)(x - x_0) + f_y(x_0, y_0)(y - y_0)$$

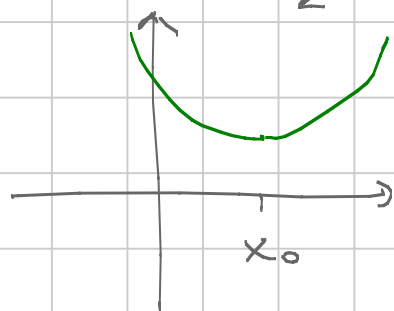
↑
eq. del piano che approssima il grafico di f vicino al p.to (x_0, y_0) commettendo un errore che è $o(\|R\|)$ $R = (x - x_0, y - y_0)$

In 1 variabile: $f'(x_0) = 0 \Leftrightarrow$ retta tangente // asse x

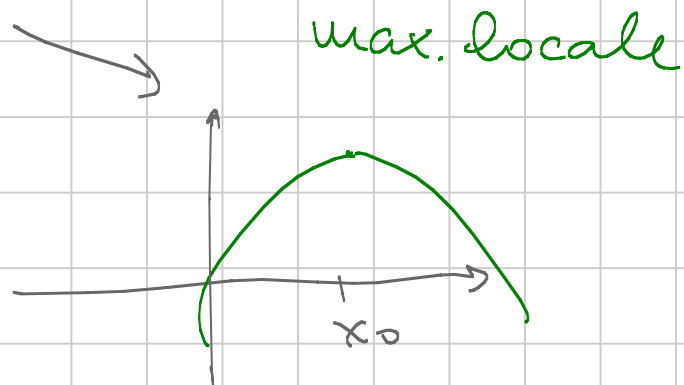
In 2 variabili: $\nabla f(x_0) = 0 \Leftrightarrow f_x = 0$ e $f_y = 0$ nel p.to
 $\Leftrightarrow$ piano tangente // al
piano base x, y

In 1 variabile

$$f'(x_0) = 0$$

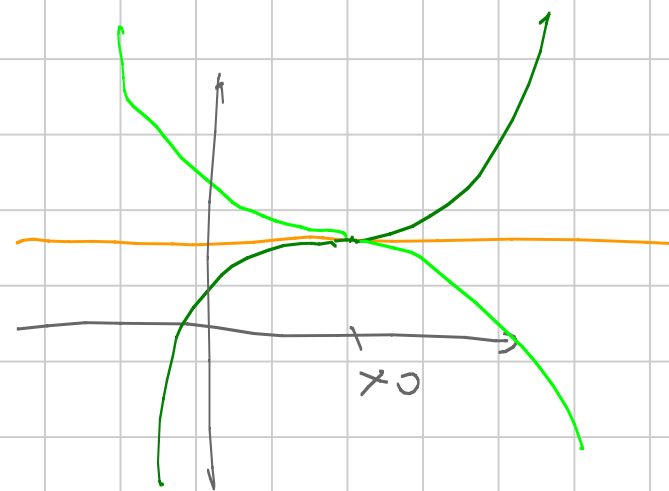


min. locale



max. locale

Flessi e roba strana
a fg. orizzontale



In 2 variabili

$$\nabla f(x_0, y_0) = (0, 0)$$

Max. locale

min. locale

MOUNTAIN PASS

PUNTI DI SELLA

Flessi e roba
strana

Def. Un p.to si dice stazionario se ∇f si annulla in quel p.to.

Massimi e minimi in + variabili

Teo. WEIERSTRASS

$f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ continua,

allora esistono

↑ ↑
estremi compresi

$\max \{ f(x) : x \in [a, b] \}$

$\min \{ f(x) : x \in [a, b] \}$

↖ Valori massi-
mo e minimo
("delle y")

I p.ti in cui vengono assunti si chiamano p.ti di max
e p.ti di min

Dove cercare i p.ti di max e di min?

In caso di questi 3 posti

① Nei p.ti x dell'intervallo (a, b)
in cui $f'(x) = 0$

PUNTI
STAZIONARI
INTERNI

② Nei p.ti x dell'intervallo (a, b)
in cui f' non esiste

PUNTI SINGOLARI
INTERNI

③ Agli estremi dell'intervallo
 $x = a$ e $x = b$

PUNTI DEL
BORDO