

ANALISI 2 CIV

ORA 5

Derivate in + variabili

1 variabile

Fisso $x_0 \in \mathbb{R}$

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

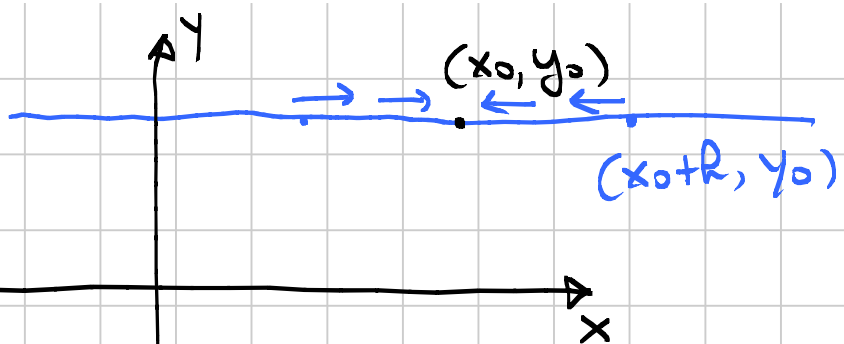
2 variabili

Fisso $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$

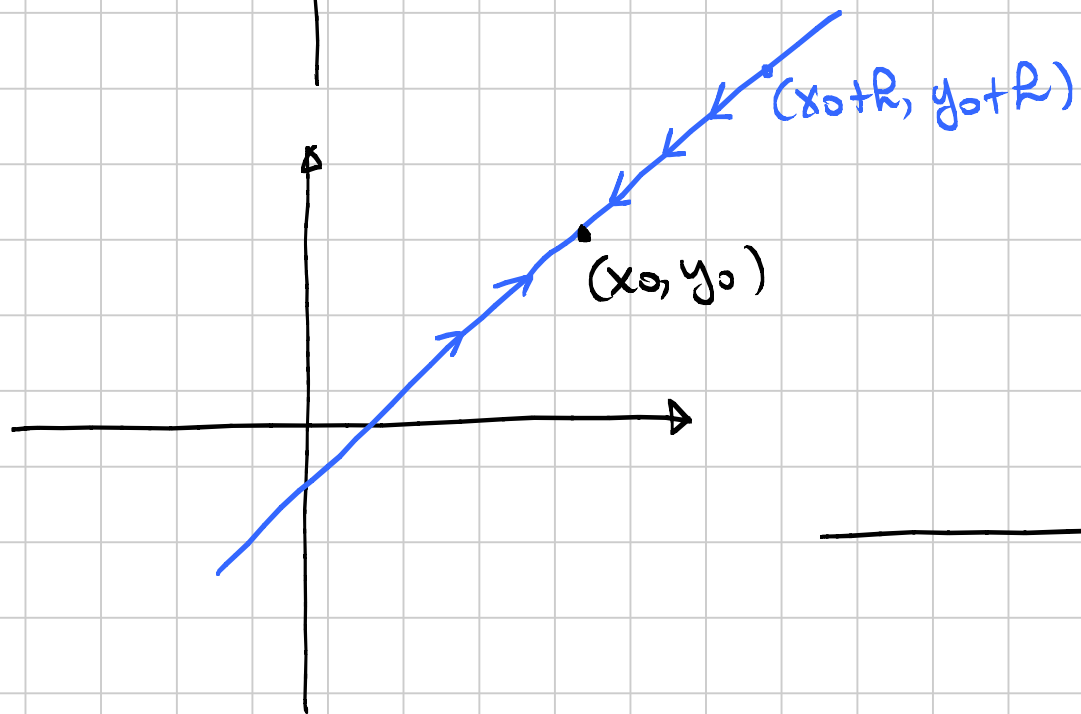
$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h, y_0+h) - f(x_0, y_0)}{h}$$

1ª possib.

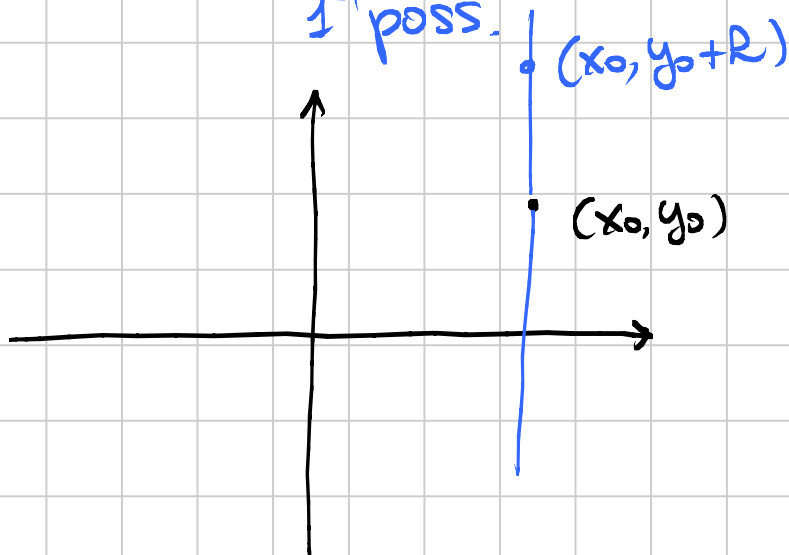
$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h, y_0) - f(x_0, y_0)}{h} \quad 2^a \text{ poss}$$



2^a poss.



1^a poss.



3^a poss.

4^a poss.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \alpha h, y_0 + \beta h) - f(x_0, y_0)}{h}$$

purchè $(\alpha, \beta) \neq (0, 0)$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h, y_0) - f(x_0, y_0)}{h} \stackrel{\text{Def}}{=} \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0) = f_x(x_0, y_0)$$

Derivata PARZIALE risp.
a x nel p.to (x_0, y_0)

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0, y_0 + h) - f(x_0, y_0)}{h} = \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0) = f_y(x_0, y_0)$$

Der. parz. risp y .

Punto $U = (\alpha, \beta) \neq (0,0)$

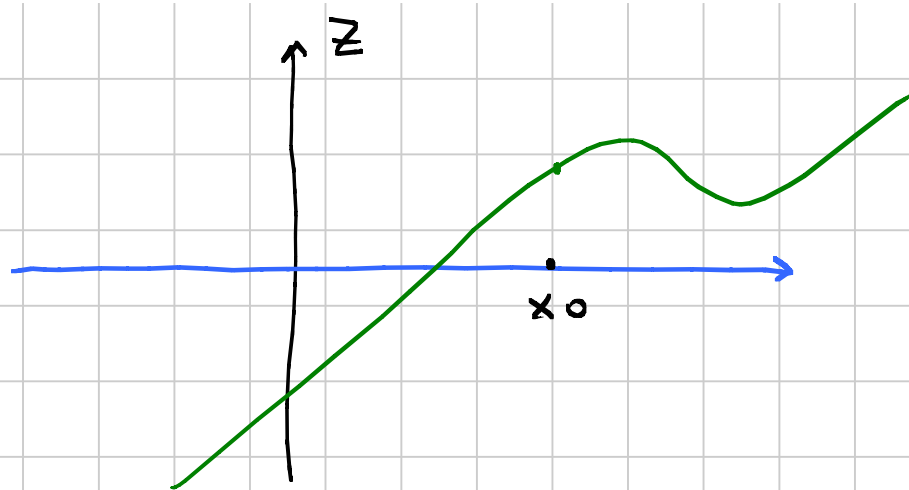
$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \alpha h, y_0 + \beta h) - f(x_0, y_0)}{h} = \frac{\partial f}{\partial U}(x_0, y_0)$$

Derivata DIREZIONALE
nella dir U

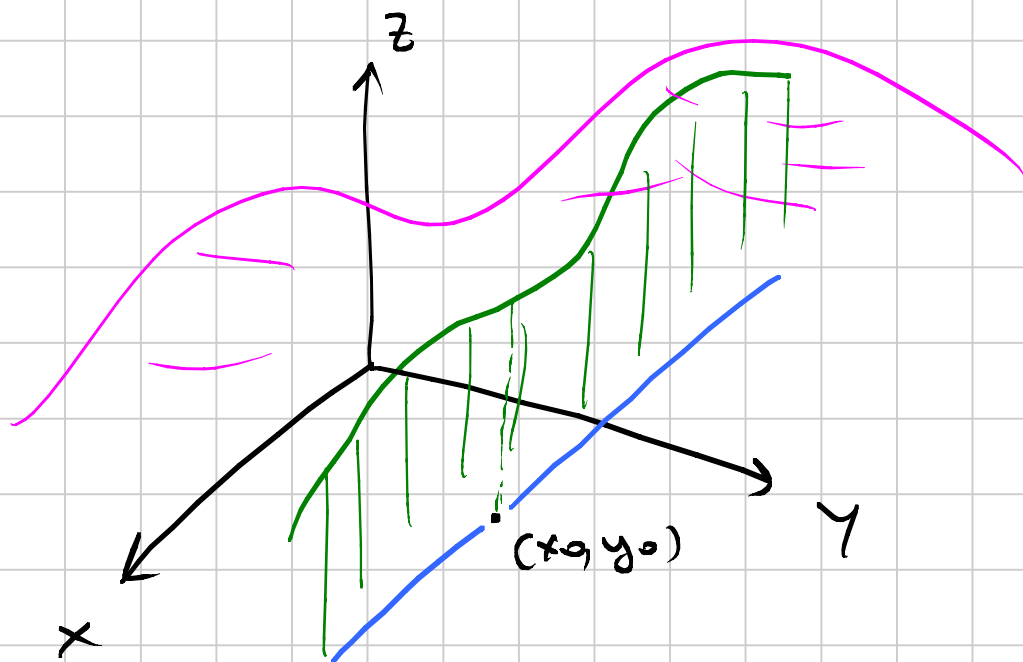
CAPIRE : 1) SIGNIFICATO
GEOM.

2) COME SI CALCOLANO ?

Significato geom. di $\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0)$. Supponiamo un  in (x_0, y_0) che si muove in . La sua quota sarà una funzione



$\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0)$ è la derivata
(di analisi 1) della
funzione **verde** calcolata
in x_0



$\frac{\partial f}{\partial y}$ IDEM nella
direzione
perpendicolare

Oss. 1 $\frac{\partial f}{\partial x}$ è una der. direzionale? SI corrisponde a $v = (1, 0)$

$\frac{\partial f}{\partial y}$ corr. a $v = (0, 1)$

Quali direzioni sono più interessanti?

$$v = (2, 0)$$

↑
stessa traiettoria,
ma velocità doppia

$\lim_{h \rightarrow 0}$

$$\frac{f(x_0 + 2h, y_0) - f(x_0, y_0)}{2h} \quad 2$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0) \quad 2$$

VERSOIRE = VETTORE DI NORMA 1

Le der. dir. + inter. sono quelle con $v = \text{VERSOIRE}$
 $= (\cos \theta, \sin \theta)$

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

$(1, 0)$
 $(0, 1)$

$$f(x, 0) = x^2$$

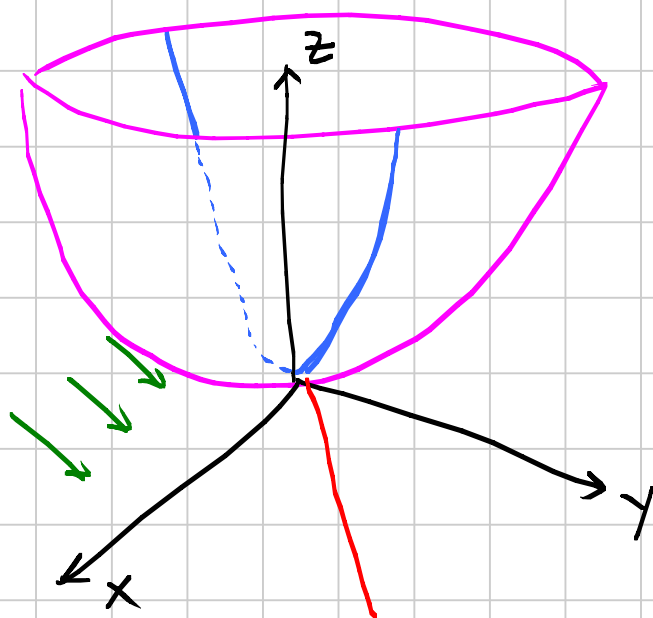
$$f(0, y) = y^2$$

$$f(x, x) = 2x^2$$

$(1, 1)$ $\uparrow$ NORMA $\sqrt{2}$

$$f(x, 2x) = 5x^2$$

$(1, 2)$ $\downarrow$ NORMA $\sqrt{5}$



COME SI CALCOLANO ?

$$f(x, y) = 2x + 3y^2 + 5xy$$

$5ax \rightsquigarrow 5a$

$$f_x(x, y) = \text{Derivo facendo finta che } y \text{ sia un numero}$$

$$= 2 + 0 + 5y$$

$$f_y(x, y) = 0 + 6y + 5x$$

$$f(x, y) = x^2y + y^8 + \sin x$$

$$f_x(x, y) = 2xy + 0 + \cos x$$

$$f_y(x, y) = x^2 + 8y^7$$

$$f(x, y) = \sin(xy)$$

$$f_x(x, y) = y \cos(xy)$$

$$f_y(x, y) = x \cos(xy)$$

$\sin(ax) \rightsquigarrow a \cos(ax)$

$$f(x, y) = x \sin y$$

$$f_x = \sin y$$

$$f_y = x \cos y$$

$$a \sin y$$

$$f(x, y) = y \sin(xy^2)$$

$$f_x = y^3 \cos(xy^2)$$

$$f_y = \sin(xy^2) + 2y^2 \cos(xy^2) \cdot x$$

$$a \sin(a^2 x)$$

$$y \sin(ay^2)$$

$$(y)' \sin(ay^2) + y \cdot (\sin(ay^2))'$$

$$a \cdot 2y \sin(ay^2)$$

$$f(x, y) = x^y$$

$$f_x = ?$$

$$f_y = ?$$