

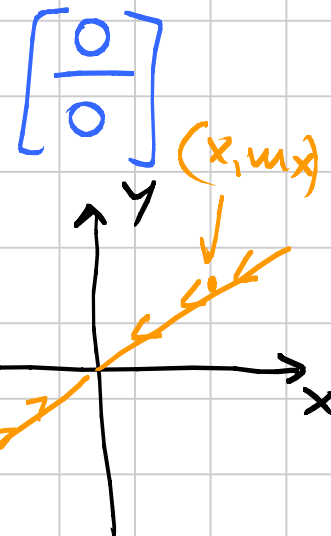
# ANALISI 2 CIV

## ORA 4

Titolo nota

04/10/2006

$$f(x, y) = \frac{x^2 y}{x^4 + y^2} \quad \lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} f(x, y)$$



Provo lungo rette

$$y = mx$$

$$f(x, mx) = \frac{x^2 \cdot mx}{x^4 + m^2 x^2}$$

simpl.  $x^2$

$$= \frac{mx}{x^2 + m^2}$$

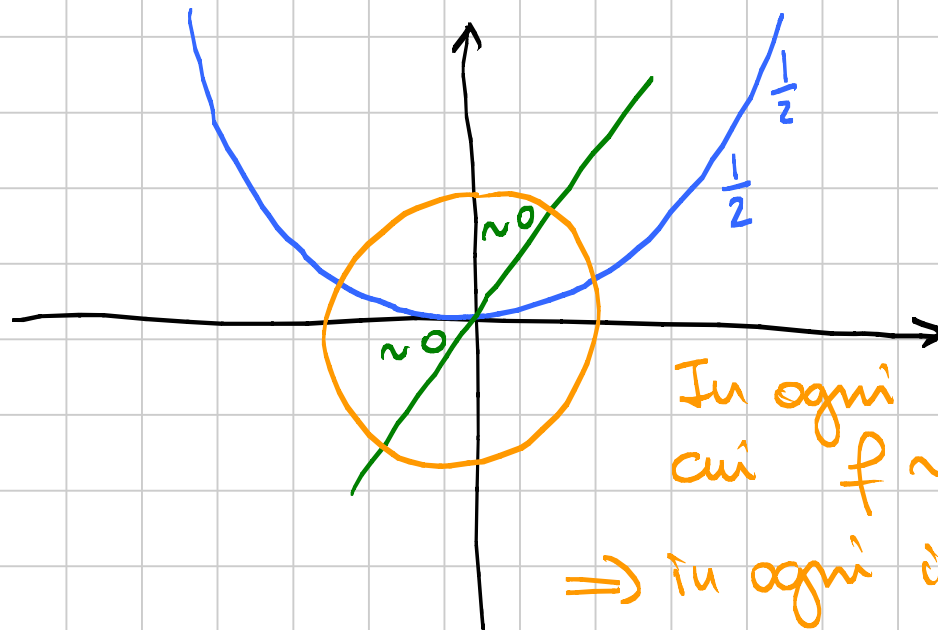
$\downarrow$   
0 per  $x \rightarrow 0$

Quindi il limite su tutte le rette è  $= 0$

Provo con  $y = x^2$   $f(x, x^2) = \frac{x^4}{x^4 + x^4} = \frac{1}{2}$

Sulla parabola  $y = x^2$  la funzione vale costantemente  $\frac{1}{2}$

Questo dice che il lim. non esiste



di  $(0,0)$   
In ogni intorno cascano p.ti in  
cui  $f \sim 0$  e p.ti in cui  $f = \frac{1}{2}$   
 $\Rightarrow$  in ogni intorno grandi variazioni

MORALE : se esistono due modi diversi di andare a  $(0,0)$  per cui il limite risulta diverso, allora il limite non esiste.

Come si dimostra che un limite esiste ?

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2}{x^4+y^2} = 0 \quad \text{Perché?}$$

$$\boxed{-x} \leq x \cdot \underbrace{\frac{y^2}{x^4+y^2}}_{\leq 1} \leq \boxed{x}$$

Quando  $(x,y) \rightarrow (0,0)$       Quando  $(x,y) \rightarrow (0,0)$

Esempio...

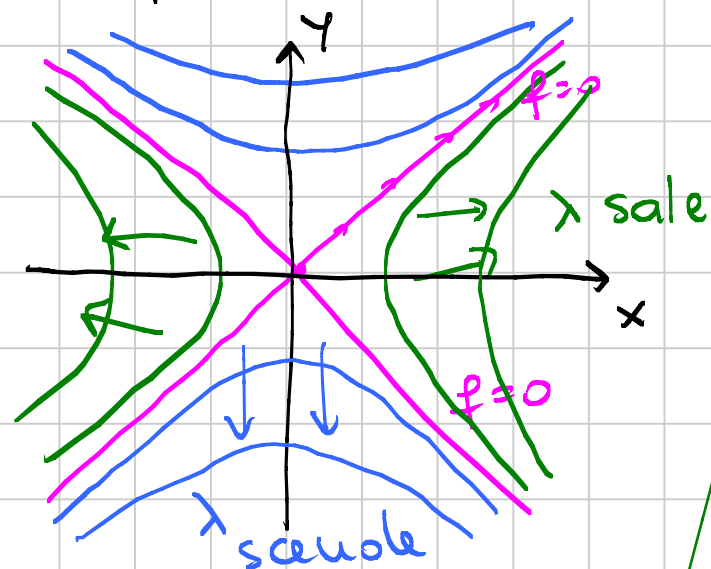
$$f(x, y) = x^2 - y^2$$

Linee di livello

$$f(x, y) = \lambda$$

$$\lambda = 0$$

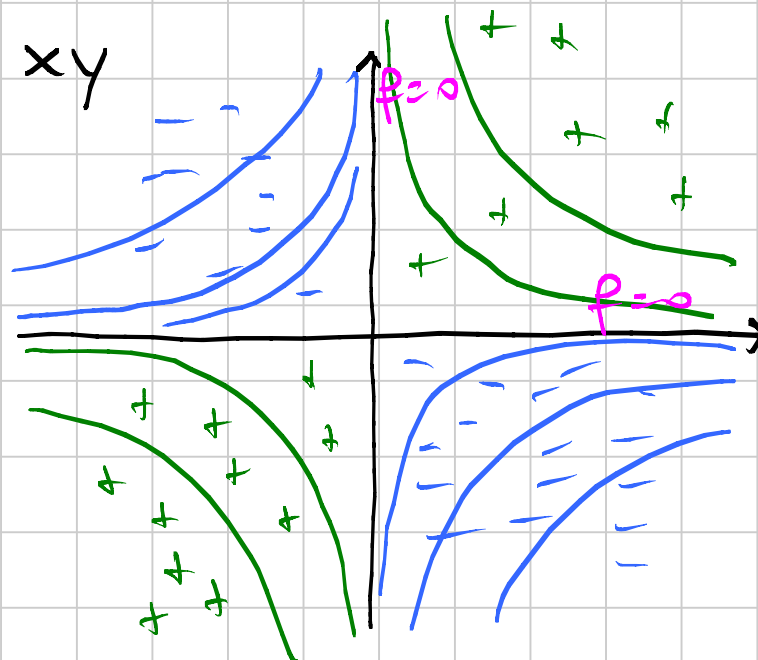
$$x^2 - y^2 = 0 \Leftrightarrow y = \pm x$$



$$\lambda \neq 0$$

$$x^2 - y^2 = \lambda \leftarrow \text{iperbole}$$

$$f(x, y) = xy$$



$$f(x, y) = 0 \text{ sugli assi}$$

$$f(x, y) = \lambda \neq 0$$

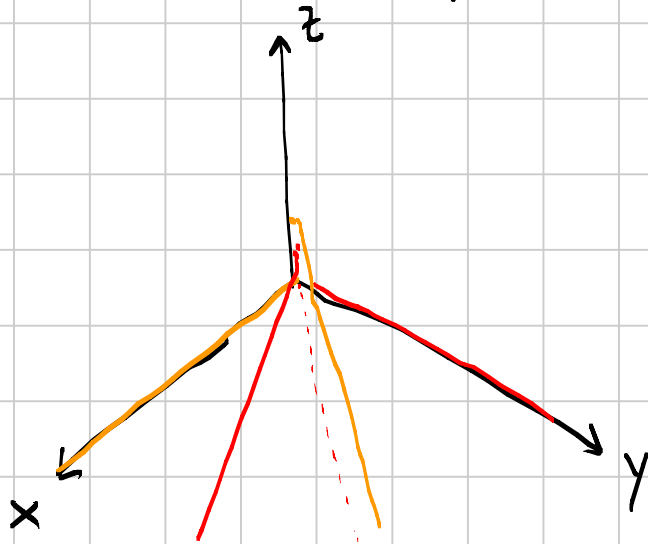
$$xy = \lambda$$

$$f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$$

$$y = mx$$

$$f(x, mx) = \frac{mx^2}{x^2 + m^2x^2} = \frac{m}{1 + m^2}$$

$f$  è costante sulle rette uscenti dall'origine ed il valore della costante dipende solo dal coeff. ang. della retta



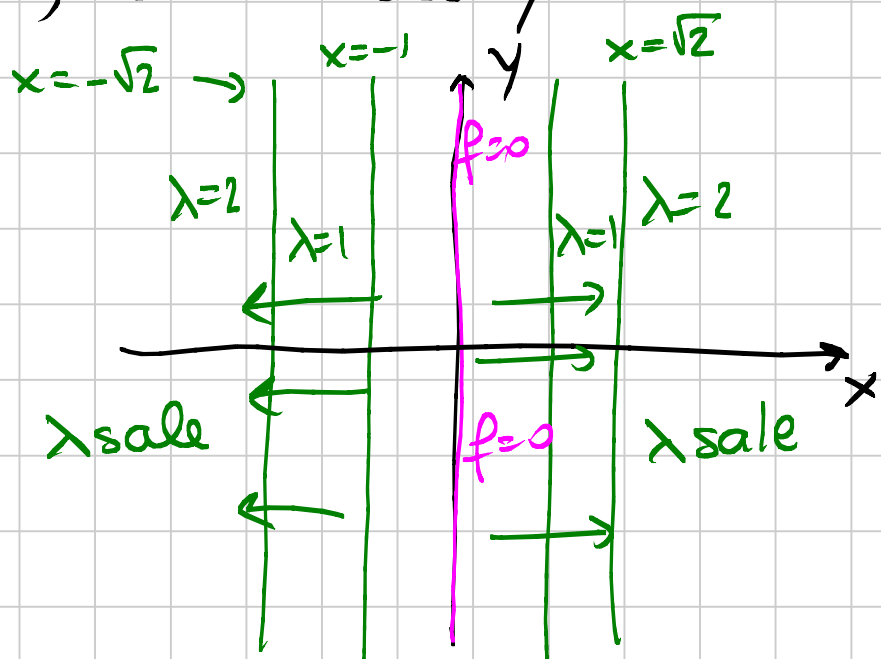
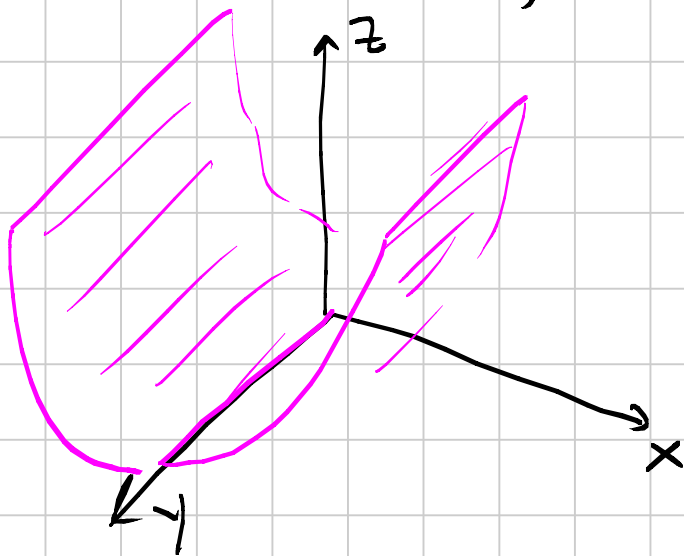
$$f(x, y) = x^2 \quad \text{linee di livello}$$

$$f(x, y) = \lambda$$

$\lambda \geq 0$  altrimenti NULLA

$$\lambda = 0 \quad f(x, y) = 0; \quad x^2 = 0; \quad x = 0 \quad \text{asse } y$$

$$\lambda > 0 \quad x^2 = \lambda; \quad x = \pm \sqrt{\lambda}$$



$$f(x,y) = x + 2y$$

Linee di livello

$$x + 2y = \lambda$$

Famiglia rette //

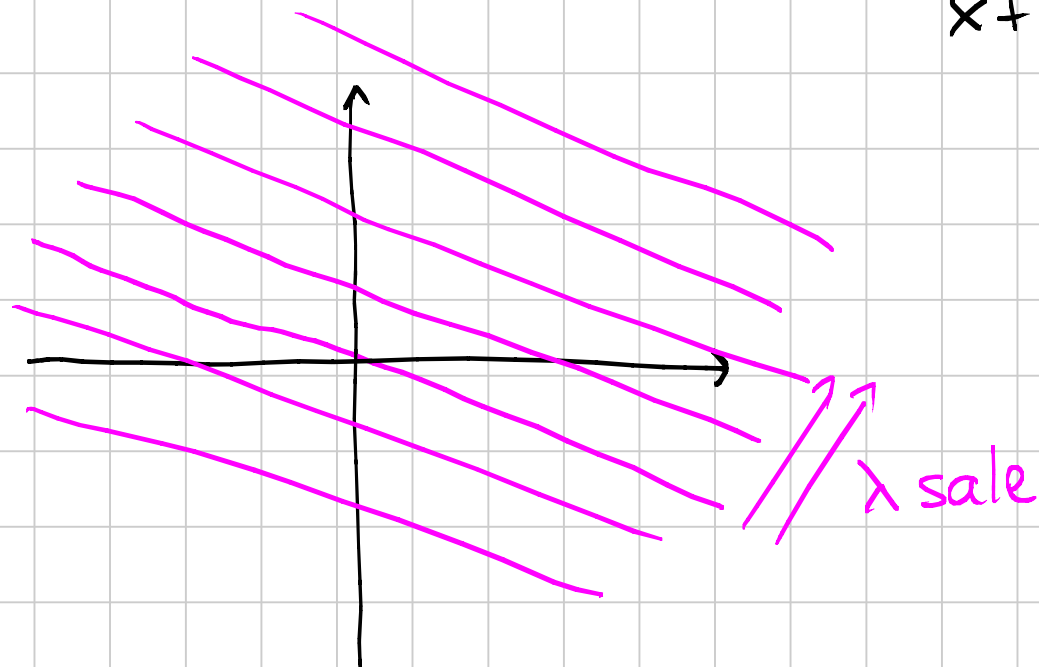


Grafico = piano