

ANALISI 2 CIVILI

ORA 1

Titolo nota

03/10/2006

$\mathbb{R}^n$ = insieme dei vettori n -dimensionali

$$x \in \mathbb{R}^n$$

↑
vettore

$$x = (x_1, \dots, x_n)$$

↑ ↑ ↑
componenti = numeri

L'ordine è importante $(2, 3, 1) \neq (1, 2, 3)$

$$x \in \mathbb{R}^n, y \in \mathbb{R}^n, \lambda \in \mathbb{R}$$

↑ numero

$$x = (x_1, \dots, x_n)$$

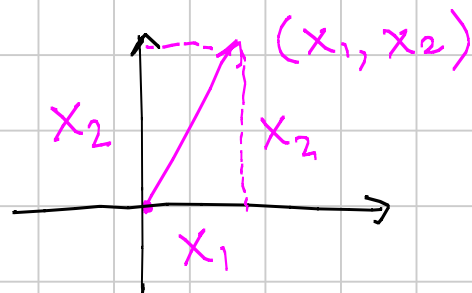
$$y = (y_1, \dots, y_n)$$

vettori

$$x + y = (x_1 + y_1, \dots, x_n + y_n)$$

$$\lambda x = (\lambda x_1, \dots, \lambda x_n) \leftarrow \text{prodotto numero} \cdot \text{vettore}$$

NORMA DI UN VETTORE



$$\|x\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}$$

$|x|$

NUMERO

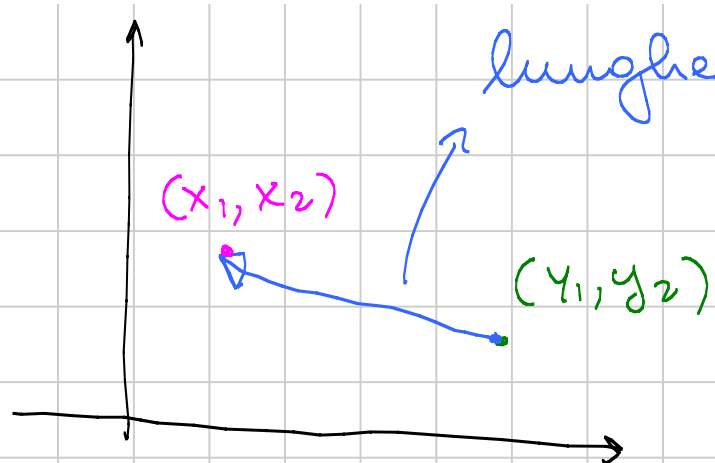
lunghezza
(Teo. Pitagora)

DISTANZA TRA x e y vettori

$$\text{dist}(\overset{\downarrow}{x}, \overset{\downarrow}{y}) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + \dots + (x_n - y_n)^2}$$

oss. La distanza tra x e y è uguale alla norma del vettore $x - y$

$$x - y = (x_1 - y_1, x_2 - y_2, \dots, x_n - y_n)$$



lunghezza di questo = $\text{dist}(x, y)$
 $= \|x - y\|$

La norma è per i vettori
 quello che il valore assoluto
 era per i numeri

PRODOTTO SCALARE TRA 2 VETTORI

x e y

$$x \cdot y = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n$$

$\langle x, y \rangle$

VETTORI

Numero

$$\|x\| = \sqrt{x \cdot x}$$

$$\|x - y\|^2 = (x - y) \cdot (x - y) = x \cdot x - x \cdot y - y \cdot x + y \cdot y$$

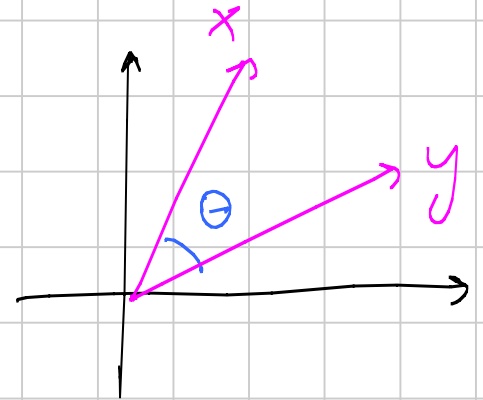
$$= \|x\|^2 + \|y\|^2 - 2 x \cdot y$$

↑
Distanza

Interpretazione geometrica di $x \cdot y$

$$x \cdot y = \|x\| \cdot \|y\| \cdot \cos \theta$$

vett. ↑
 prod. scalare ↑
 vett. ↑
 numeri ↑
 prod. di numeri ↑
 angolo compreso ↑

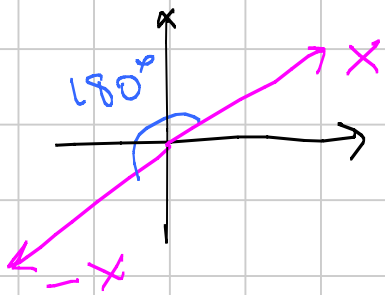


Cosa vuol dire se
 $x \cdot y = 0$?

Casi banali $\nearrow x = \boxed{0}$ $\nwarrow y = \boxed{0}$ $\leftarrow$ VETTORE NULLO $(0, 0, \dots, 0)$

Se $x \neq 0, y \neq 0$ $x \cdot y = 0 \Leftrightarrow x$ e y sono
PERPENDICOLARI
($\theta = 90^\circ \Rightarrow \cos \theta = 0$)

Es. $x \cdot (-x) = -x_1^2 - x_2^2 - \dots - x_n^2 = -\|x\|^2$



$$x \cdot (-x) = \|x\| \cdot \|-x\| \cdot \cos(180^\circ)$$
$$\|x\| \cdot \|x\| \cdot (-1) = -\|x\|^2$$

FUNZIONE DI PIÙ VARIABILI

$$f: A \rightarrow B$$

insieme
di partenza

insieme di
arrivo

legge che ad ogni el.
dell'insieme di partenza
associa uno e un solo
el. insieme di arrivo

Nelle funzioni di più variabili l'insieme di partenza
è un sottoinsieme $A \subseteq \mathbb{R}^n$.

L'insieme di arrivo (inizialmente) è $\mathbb{R}$

Esempi

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

↑ ↑
Componenti (← NUMERI)
del vettore
 $(x, y) \in \mathbb{R}^2$

$$f(x_1, x_2) = (x_1)^2 + (x_2)^2$$

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x, y, z) =$$

↑ ↑ ↑
Componenti

NUMERO

$$\sin(xy) + e^{zx} + \cos x$$

COMPONENTI

↓ ↓ ↓
 $f(x, y, z)$

↖
 $f(x)$

vettore $x = (x_1, \dots, x_n)$