

MAT I TLC

ORA 57

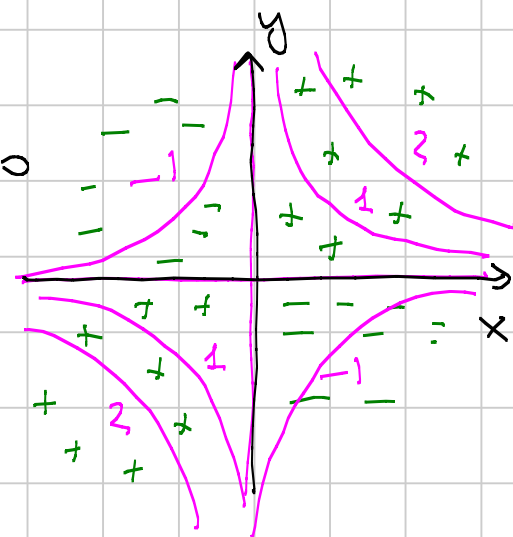
$f(x,y) = xy$ linee di livello $xy = \lambda$

per $\lambda = 0 \Rightarrow xy = 0 \Rightarrow x = 0$ oppure $y = 0$

il livello $\lambda = 0$ sono i 2 assi

$$xy = \lambda > 0$$

$$xy = \lambda < 0$$



Orario che percorre asse x : $f(x,0) = 0$ quota costante

Orario lungo bisettrice $y=x$: $f(x,x) = x^2$

Limiti per funzioni di 2 variabili

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (x_0,y_0)} f(x,y) = \begin{cases} l \in \mathbb{R} \\ +\infty \\ -\infty \\ \text{N.E.} \end{cases} \quad \text{N.d.P.}$$

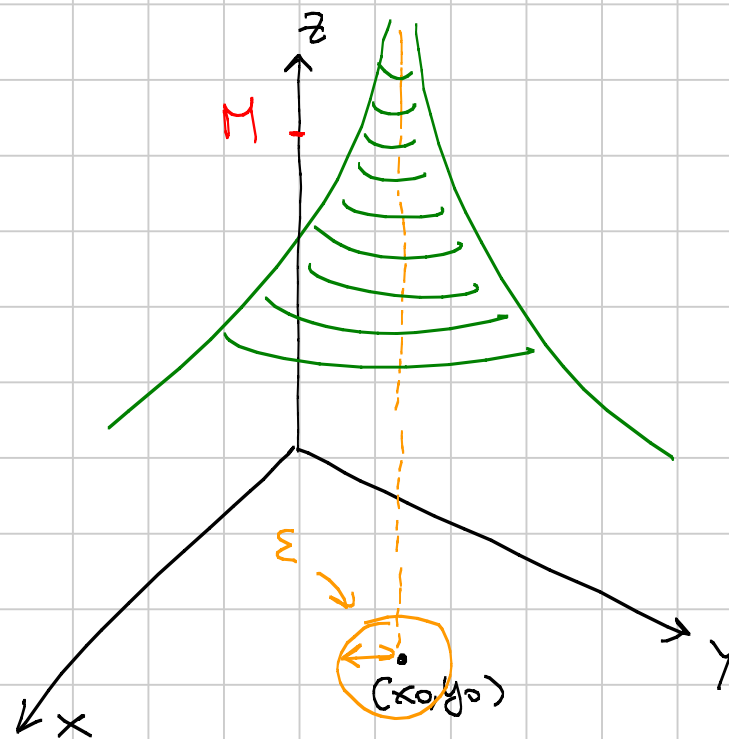
$$\lim_{(x,y) \rightarrow (x_0,y_0)} f(x,y) = +\infty$$

$$\forall M \in \mathbb{R} \text{ (anche enorme)} \exists \varepsilon > 0$$

t. c.,

$$f(x,y) \geq M$$

per ogni (x,y) $\in$ cerchio con
centro (x_0, y_0)
e raggio ε tranne al
+ il centro



Il cerchio di solito si indica con

BALL $B_\varepsilon(x_0, y_0) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \text{dist}((x, y), (x_0, y_0)) \leq \varepsilon\}$

In notazione vettoriale, indico il centro con $x_0 \in \mathbb{R}^2$

$B_\varepsilon(x_0) = \{x \in \mathbb{R}^2 : \|x - x_0\| \leq \varepsilon\}$

posso mettere anche n

vett. *vett.* *vett.* *numero*

Definizione di $\lim_{(x,y) \rightarrow (x_0,y_0)} f(x,y) = +\infty$ ridotta in forma vettoriale

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ se $\forall M \in \mathbb{R} \exists \varepsilon > 0$ t.c.

$f(x) \geq M \quad \forall x$ t.c. $0 < \|x - x_0\| \leq \varepsilon$

FUNZIONE CONTINUA: una funzione $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$
è continua nel punto $x_0 \in \mathbb{R}^n$ se

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

Tutte le funzioni ottenute a partire da x e y e facendo
operaz. alg., composizioni, ... sono continue dove non
presentano problemi burocratici

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x + 3e^{xy} - \cos y}{5 + \arctan(x+y)} = \frac{2}{5}$$

Non ci sono problemi burocratici, quindi basta
sostituire $(0,0)$

Esempio 1

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^4}{x^2 + y^2} \quad \left[\frac{0}{0} \right]$$

Frazione ≤ 1

$$0 \leq \frac{x^2}{x^2 + y^2} \cdot y^4 \leq y^4$$

Carab, $\rightarrow 0$

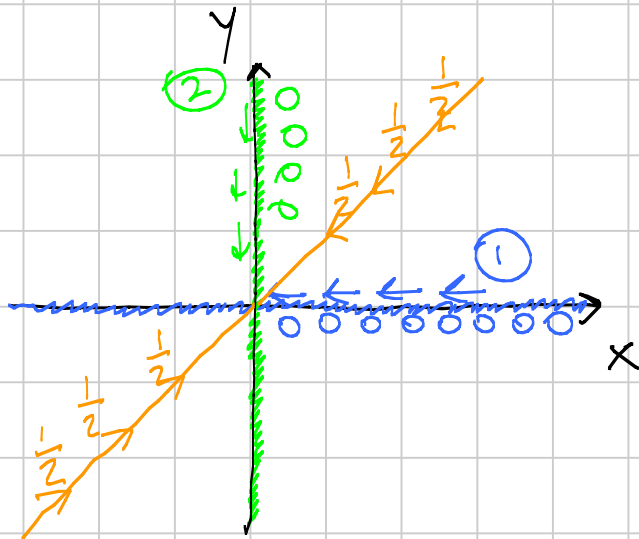
posso sostituire $\rightarrow 0$

MORALE : in più variabili "i limiti hanno pochissima voglia di esistere"

Esempio 2

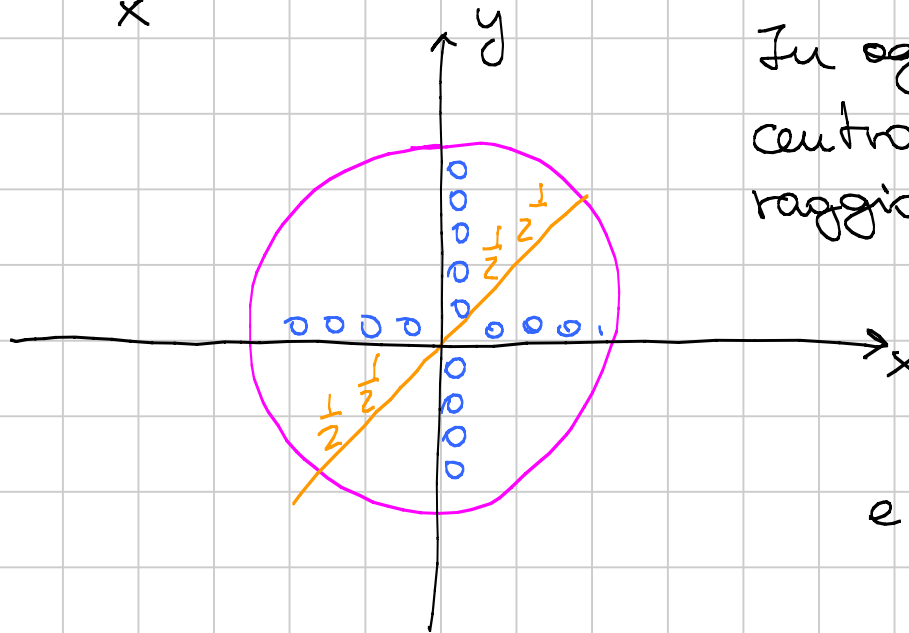
$$f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x,y) = ?$$



Omnino ① vede $f(x,0) = 0$

Quinto ③ vede $f(x, x) = \frac{x^2}{2x^2} = \frac{1}{2}$



In ogni cerchio con
centro in $(0,0)$ e
raggio anche piccolissi-
mo ci sono
→ sempre pti
in cui $f=0$
e punti in cui
 $f = \frac{1}{2}$