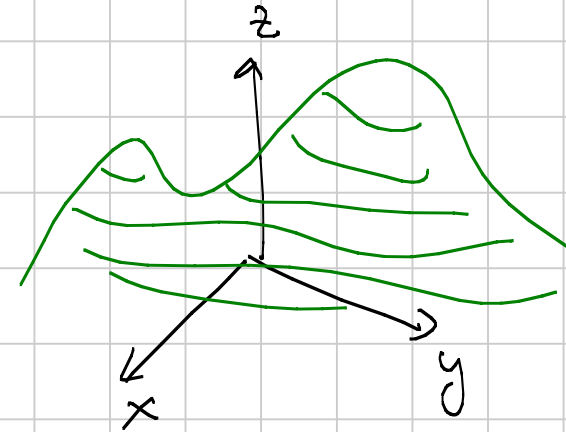


Grafici di funzioni di 2 variabili, linee di livello, restrizioni a rette

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x,y) = x^2 + y^2$$

Insieme di partenza si identifica con il piano base xy .

Su ogni punto del piano base c'è un punto del grafico situato ad una quota data da $f(x,y)$



il grafico è una superficie in $\mathbb{R}^3$ tale che per ogni p.to del piano base esiste un unico p.to del grafico che gli sta sopra / sotto.

Linee di livello

Dato $\lambda \in \mathbb{R}$ cerca tutti i punti (x, y) tali che $f(x, y) = \lambda$.

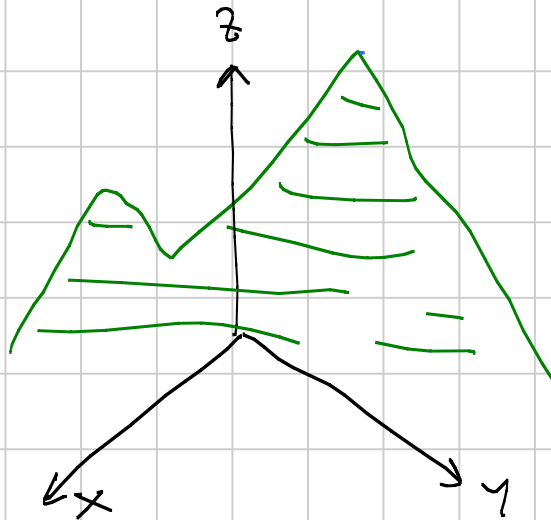
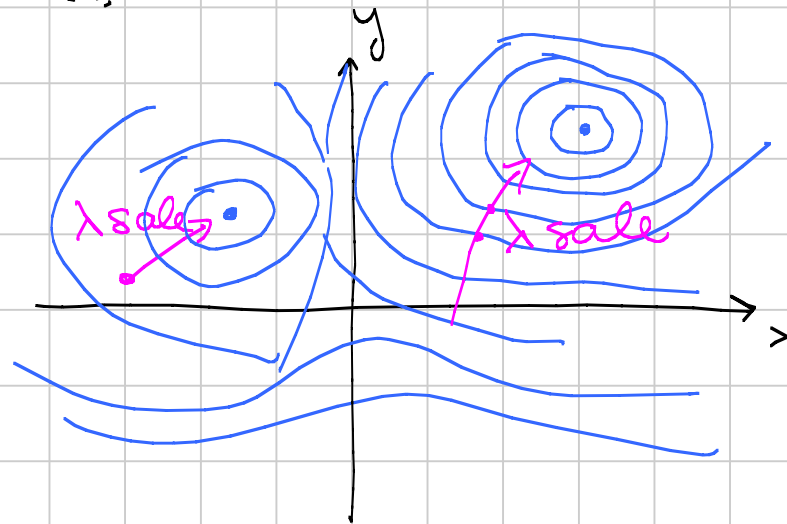


GRAFICO
IN $\mathbb{R}^3$



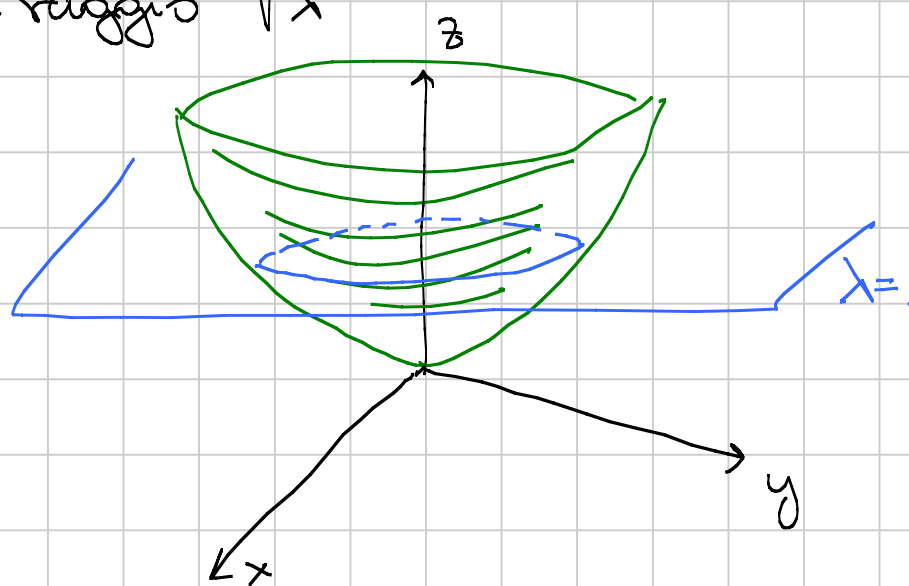
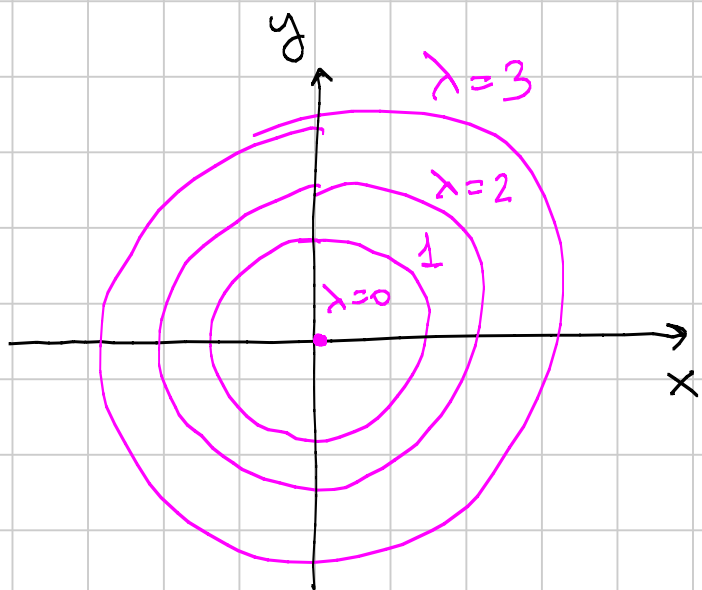
Linee di livello

$\Leftrightarrow$ intersecare il grafico con piani
paralleli al piano base ad
altezza λ

Nel caso $f(x, y) = x^2 + y^2$ i livelli sono dati da

$$x^2 + y^2 = \lambda$$

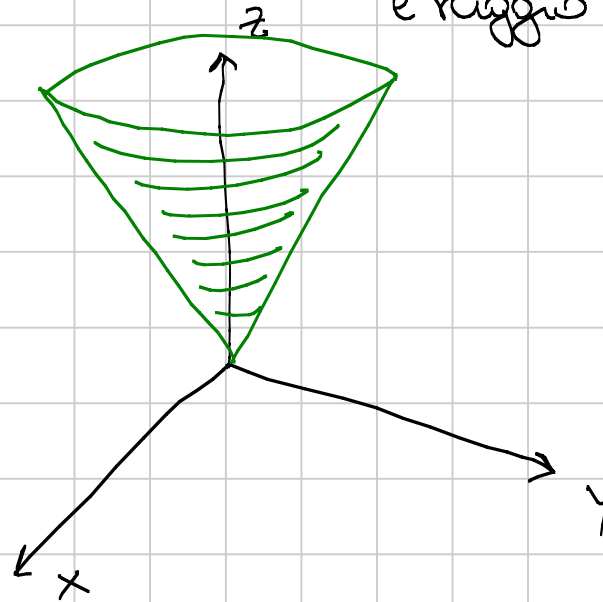
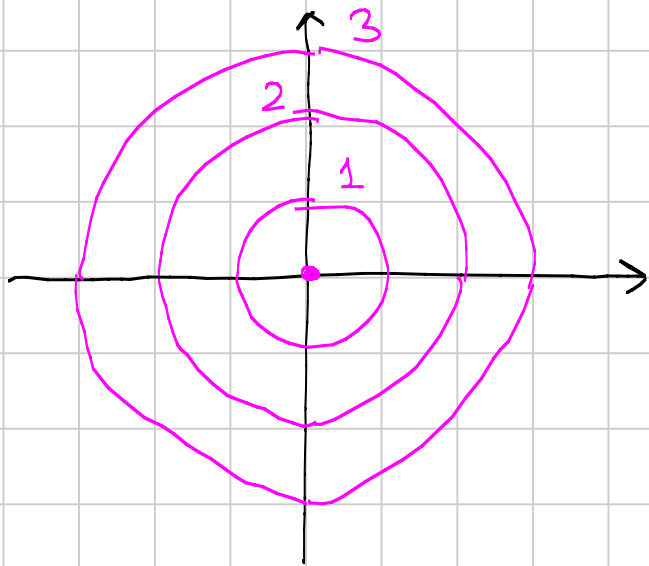
- per $\lambda < 0$ non c'è nulla
- per $\lambda = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 = 0 \Rightarrow$ solo punto $(0, 0)$
- per $\lambda > 0$ $x^2 + y^2 = \lambda$ è la circ. con centro in $(0, 0)$ e raggio $\sqrt{\lambda}$



Esempio 2 $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$

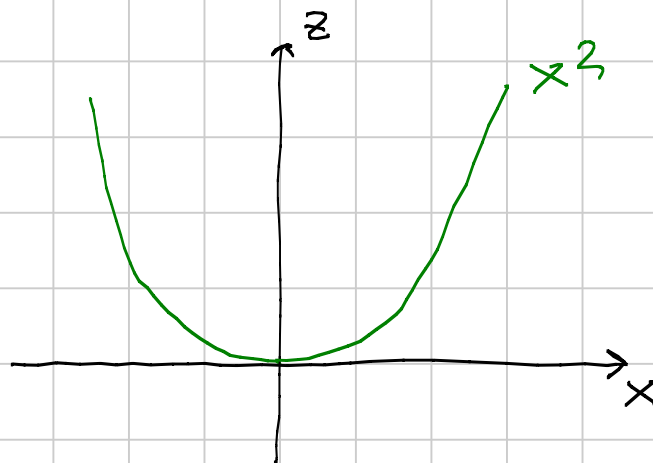
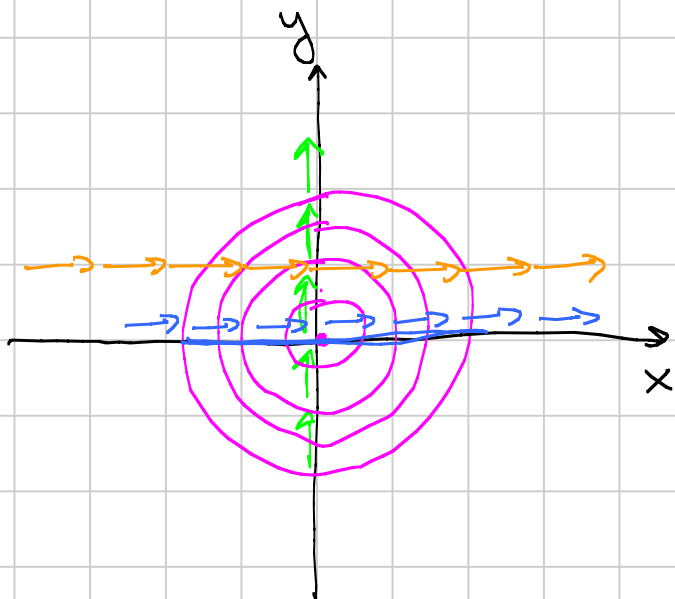
Linee di livello $f(x,y) = \lambda$

$$\sqrt{x^2+y^2} = \lambda \begin{cases} \nearrow \lambda < 0 \Rightarrow \text{nulla} \\ \rightarrow \lambda = 0 \Rightarrow x^2+y^2 = 0 \Rightarrow \text{solo } (0,0) \\ \searrow \lambda > 0 \Rightarrow x^2+y^2 = \lambda^2 \Rightarrow \text{circ. con centro } (0,0) \\ \text{e raggio } \lambda \end{cases}$$



Restrizioni a rette

$$f(x,y) = x^2 + y^2$$



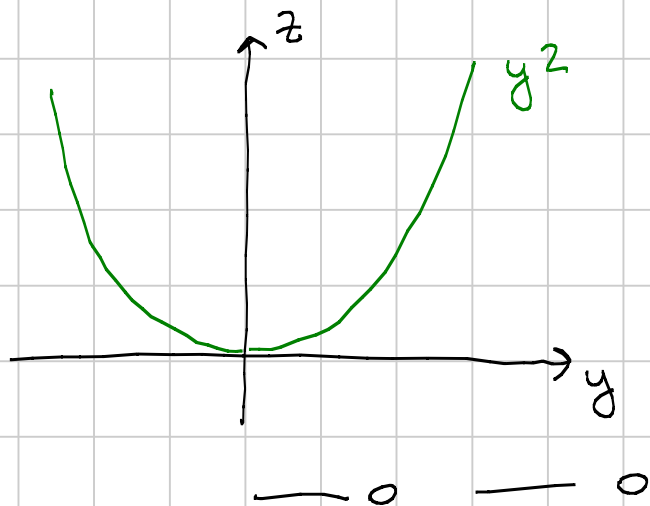
Sto restringendo la funzione $f(x,y)$ all'asse x

Sto quindi considerando $f(x,0) = x^2$

↑
solo sull'asse
 x

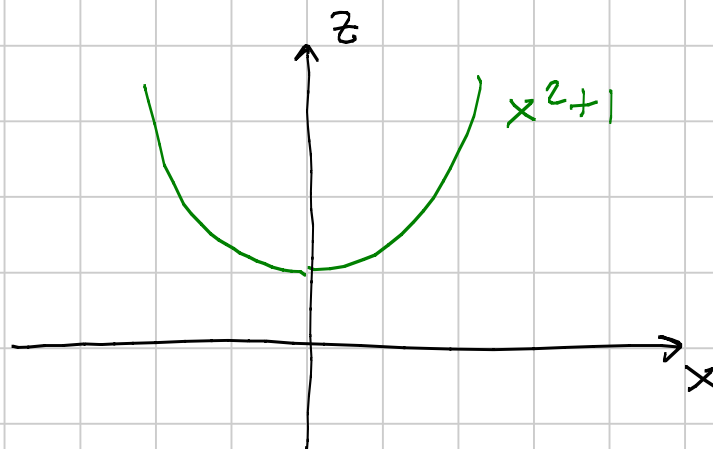
Se percorro l'asse y algebricamente considero

$$f(0, y) = y^2$$



L'omino arancione percorre la retta $y=1$, quindi la sua quota è data da

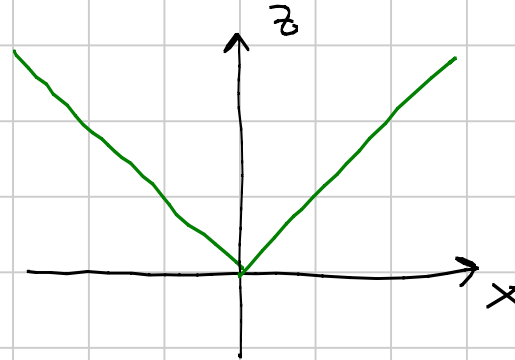
$$f(x, 1) = x^2 + 1$$



$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$$

omnino percorre asse x

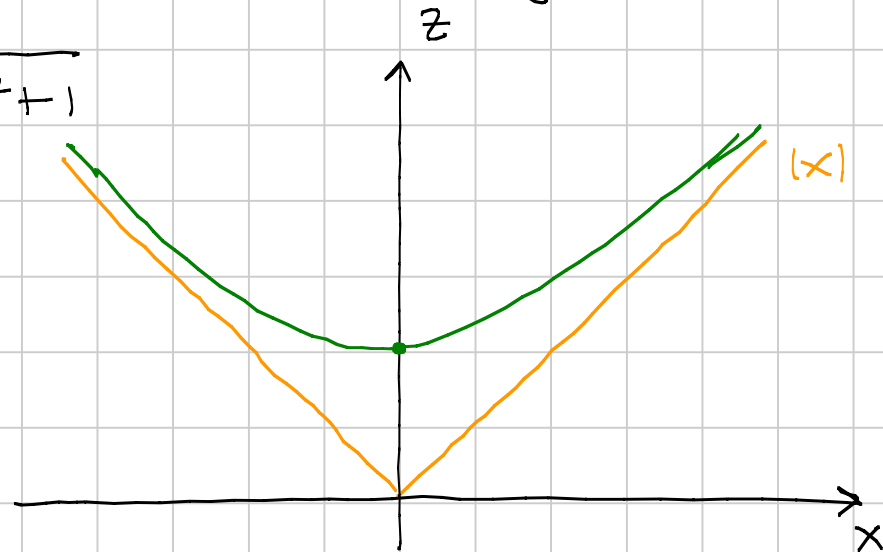
$$f(x, 0) = \sqrt{x^2} = |x|$$



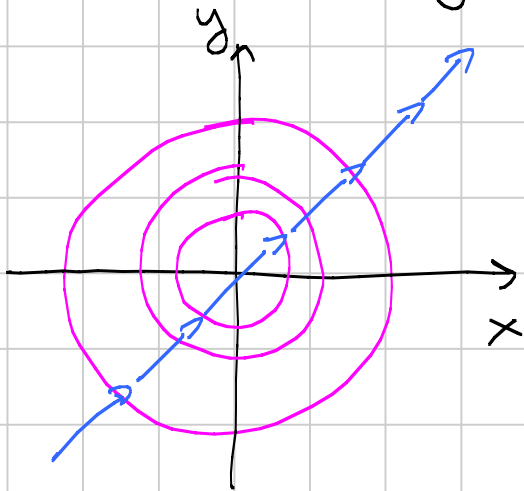
$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$$

omnino percorre la retta $y=1$

Devo fare $f(x, 1) = \sqrt{x^2 + 1}$



$$f(x, y) = x^2 + y^2$$



ovino lungo bisettrice I e III quadr.

La retta è $y = x$, quindi

$$f(x, x) = x^2 + x^2 = 2x^2$$

