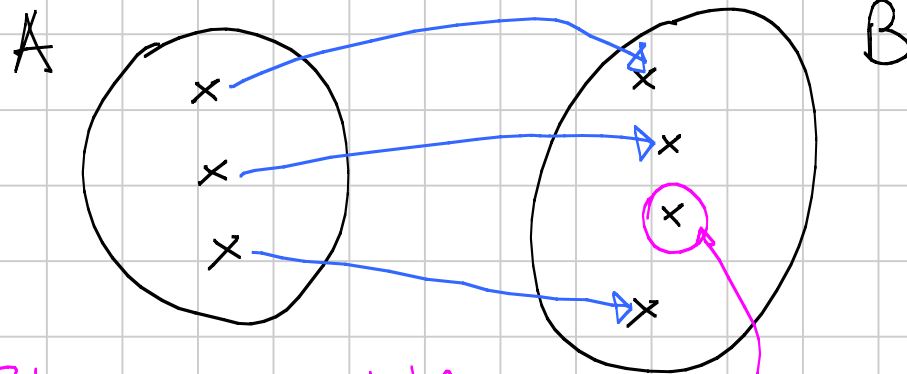


MAT 1 TLC

ORA 3



SI INIETTIVA

NO SURGETTIVA

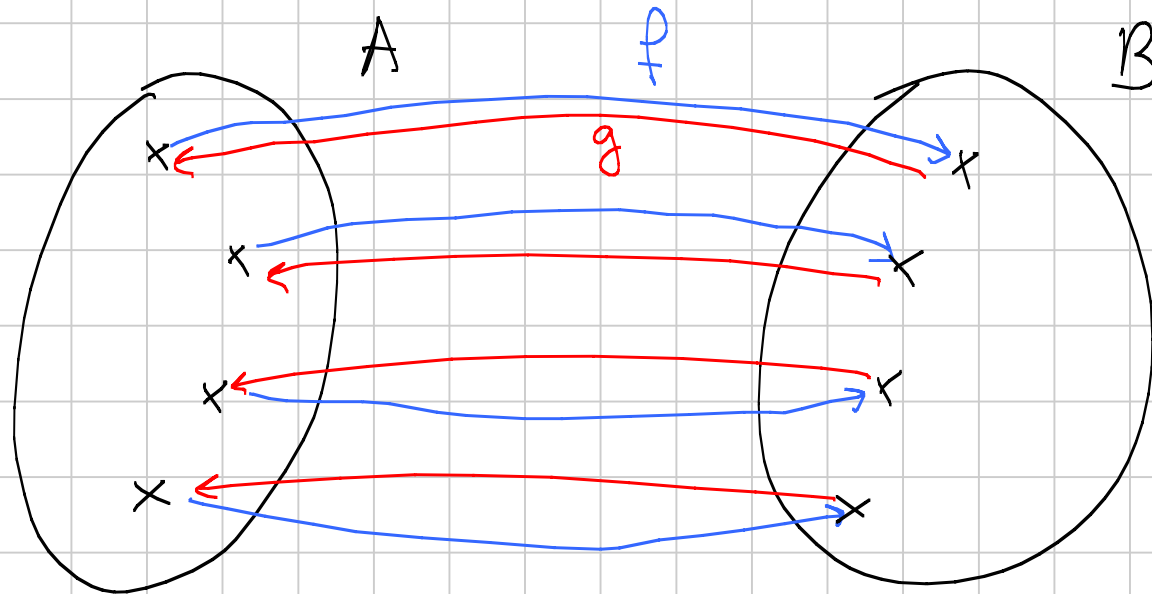
Non viene raggiunto

Def. 3 $f: A \rightarrow B$ si dice **BIGETTIVA** se è **INIETTIVA** e **SURGETTIVA**

Def. $f: A \rightarrow B$ si dice invertibile se esiste una funzione $g: B \rightarrow A$ tale che

$$g(f(a)) = a \quad \forall a \in A \quad \leftarrow \text{con partenza da } A$$

$$f(g(b)) = b \quad \forall b \in B \quad \leftarrow \text{con partenza da } B$$



Le frecce interpretate al contrario rappresentano una funzione

$$g: B \rightarrow A$$

La funzione inversa esiste sempre? NO

Esiste $\Leftrightarrow f$ è BIGETTIVA

Grafico di $f = \{(a,b) \in A \times B : b = f(a)\}$ ↙ per proprietà

Esempi $f(x) = x^2$ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

NO INIETTIVA

$f(5) \Rightarrow f(-5)$
↖ Diversi

NO SURGETTIVA

Non prende i valori < 0

$f: A \rightarrow B$

$f(x) = x^2$

A	B	INJ.	SURG.
$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	NO	NO
$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}_{\geq 0}$	NO	SI
$\mathbb{R}_{\geq 0}$	$\mathbb{R}$	SI	NO
$\mathbb{R}_{\geq 0}$	$\mathbb{R}_{\geq 0}$	SI	SI

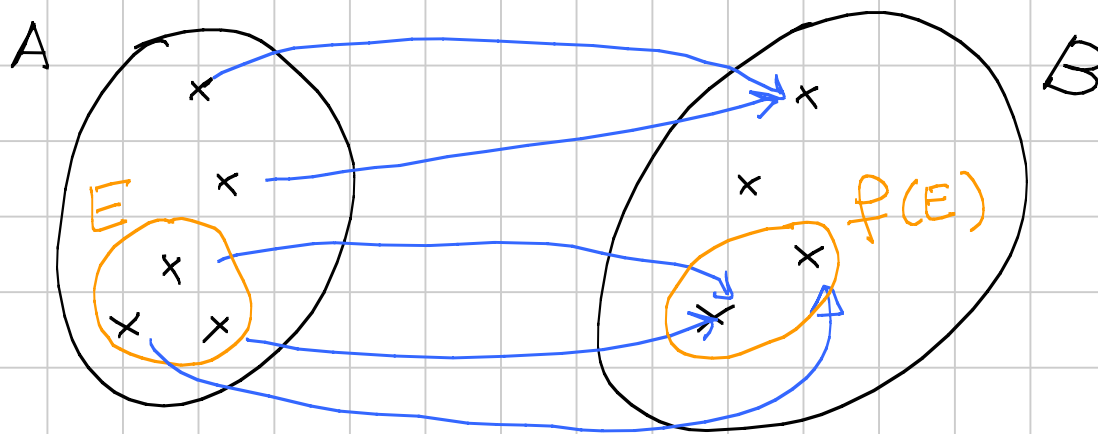
IMMAGINE E CONTROIMMAGINE

$f: A \rightarrow B$ sia dato $E \subseteq A$

$$f(E) = \{ f(a) : a \in E \}$$

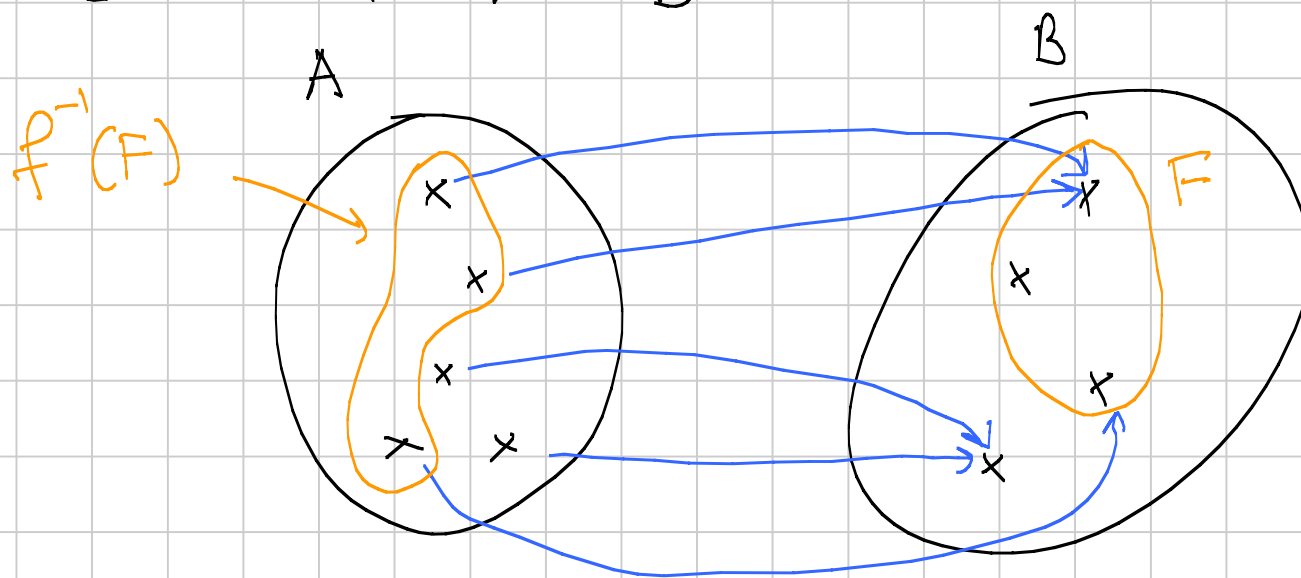
per ELENCO

IMMAGINE
DELL'INSIEME
 E



$$f(E) = \{ b \in B : \exists a \in E \text{ con } f(a) = b \}$$

Sia ora $F \subseteq B$



$$f^{-1}(F) = \{a \in A : f(a) \in F\}$$

↑
controimmagine
dell'insieme F

pres. per
PROPRIETÀ

Proprietà dell'immagine.

Una funzione $f: A \rightarrow B$ è surgettiva $\Leftrightarrow f(A) = B$

Se prendo $E = A$ $f(A)$ risulta l'insieme di tutti gli el. di B raggiunti dalla funzione

Se è tutto B ,
 f è SURG.

Se non è tutto B ,
 f non è surgettiva

ACHTUNG

Il simbolo f^{-1} viene usato per indicare almeno 3 cose diverse

- * la controimmagine di un insieme
- * la funzione inversa (quella che prima abbiamo indicato con g)
- * $\frac{1}{f(x)}$, cioè il reciproco della funzione f .

Il contesto aiuta a distinguere i significati.

INIETTIVITÀ, SURGETTIVITÀ, GRAFICI, EQUAZIONI

$$f: A \rightarrow B.$$

Fissato un elemento $\lambda \in B$, consideriamo l'eq.

$$f(x) = \lambda$$

"cercare gli el. di A che vanno a finire in λ "

Questa equazione

* ha almeno 1 sol. per ogni λ se e solo se
 f è surgettiva

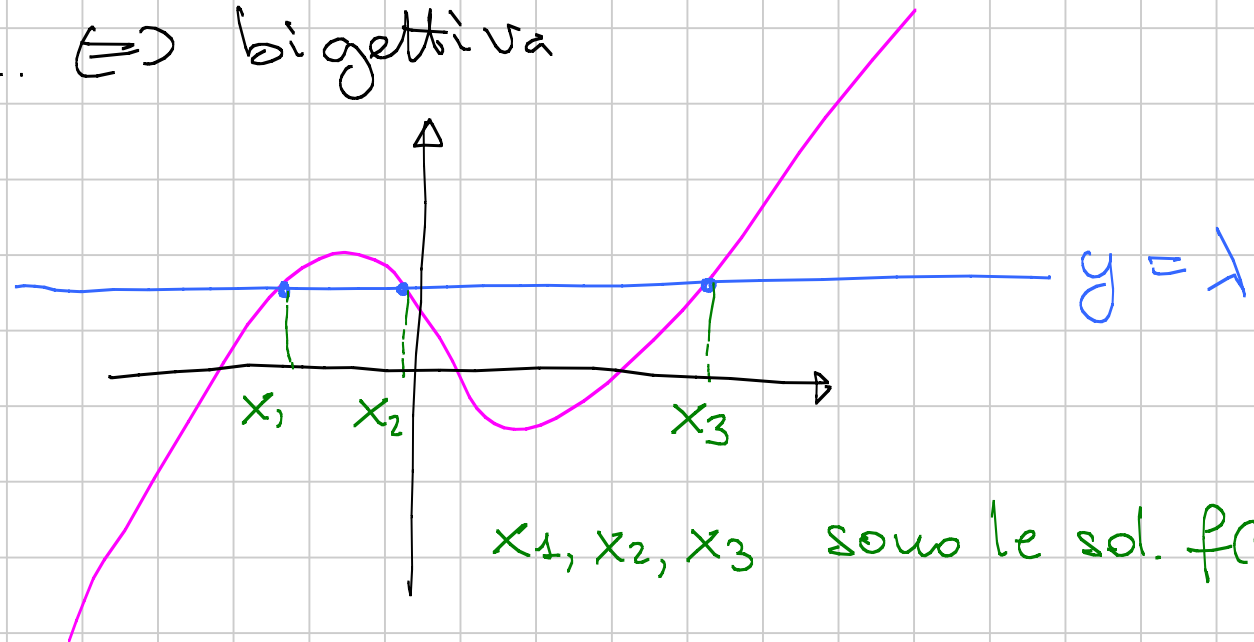
* ha al più 1 sol. per ogni λ se e solo se
 f è iniettiva

* ha esatt. 1 sol. $\Leftrightarrow f$ bigettiva

$$f(x) = \lambda$$

- * 1 o + sol. $\Leftrightarrow$ surg.
- * 0 o 1 sol. $\Leftrightarrow$ iniettiva
- * esatt. 1 sol. $\Leftrightarrow$ bigettiva

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$



x_1, x_2, x_3 sono le sol. $f(x) = \lambda$

Risolvere $f(x) = \lambda$ vuol dire intersecare il grafico con una // asse x ad altezza λ

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

- * f è SURGETTIVA $\Leftrightarrow$ ogni // asse x interseca il grafico in almeno 1 p.to
- * f è INIETTIVA $\Leftrightarrow$ ogni // asse x interseca il grafico in al max 1 p.to (0 o 1 p.to)
- * f è BIGETTIVA $\Leftrightarrow$ ogni // asse x interseca in esattamente 1 p.to

$$f(x) = \lambda$$

La coordinata x di quel p.to è

$$x = g(\lambda)$$

← funzione inversa

