

Esempio $\forall x \in \mathbb{R} \quad x \geq 3 \Rightarrow x^2 \geq 1$ VERA

$$x=4 \quad 4 \geq 3 \Rightarrow 16 \geq 1$$

$$x=2 \quad 2 \geq 3 \Rightarrow 4 \geq 1$$

$$x=-5 \quad -5 \geq 3 \Rightarrow 25 \geq 1$$

NEGARE UN'IMPLICAZIONE

$$\text{NOT } (P \Rightarrow Q) = P \wedge \text{NOT } Q$$

Quando $P \Rightarrow Q$ è falsa? Quando P è vera, ma Q è falsa

VARIANTI DI $P \Rightarrow Q$

$$P \Rightarrow Q$$

è la stessa cosa che

$$\text{NOT } Q \Rightarrow \text{NOT } P$$

il quale a sua volta è la stessa cosa che

$$Q \vee \text{NOT } P$$

TAVOLE DI VERITÀ

		P	
		V	F
Q	V	V	F
	F	F	F

$$P \wedge Q$$

		P	
		V	F
Q	V	V	V
	F	V	F

$$P \vee Q$$

		P	
		V	F
Q	V	V	V
	F	F	V

$$P \Rightarrow Q$$

		P	
		V	F
Q	V	V	F
	F	F	V

$$P \Leftrightarrow Q$$

Fatto generale $\wedge$ e $\vee$ si possono scrivere usando solo NOT e $\Rightarrow$

Dimostrazione per assurdo

Studio $\Rightarrow$ passo l'esame

è come dire Non passo l'esame $\Rightarrow$ Non ho studiato
 — o — o —

INSIEMI Non diremo cos'è un insieme

Un insieme si può presentare in 2 modi

$\rightarrow$ per elenco $A = \{2, 3, \star, \frac{9}{2}\}$

$\rightarrow$ per proprietà $B = \{s : s \text{ studia AM1 a Pisa}\}$

Oss. Nelle presentazioni per elenco

- non conta l'ordine in cui compaiono gli elementi
- elementi ripetuti contano una sola volta

$$\{2, 3, 2\} = \{2, 3\} = \{3, 2\}$$

Esempi $\mathbb{N}$ = insieme dei naturali = $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$

$\mathbb{Z}$ = insieme degli interi = $\{0, 1, -1, 2, -2, \dots\}$

$$Q = \{m^2 : m \in \mathbb{N}\} = \{0, 1, 4, 9, 16, \dots\}$$

$$\{m^2 : m \in \mathbb{Z}\} = \quad "$$

elenco : fai variare m in $\mathbb{Z}$ e stampa m^2

(le ripetizioni non contano)

$$= \{m \in \mathbb{N} : \exists a \in \mathbb{Z} \quad \underline{m = a^2}\}$$

Predicato che dipende da a e m

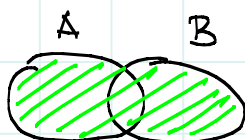
Predicato che dipende da un solo parametro m

Operazioni tra insiemi

$$a \in A$$

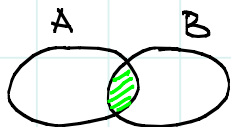
a è elemento di A

$$A \cup B$$



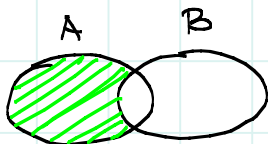
$$x: x \in A \vee x \in B$$

$$A \cap B$$



$$x: x \in A \wedge x \in B$$

$$A \setminus B$$



$$x: x \in A \wedge x \notin B$$

$$\text{NOT } x \in B$$

Prodotto cartesiano

$$A \times B = \{(a, b) : a \in A, b \in B\}$$

elenco

Esempio

$$A = \{3, *\}$$

$$B = \{2, \square\}$$

$$A \times B = \{(3, 2), (3, \square), (*, 2), (*, \square)\}$$

$$A \times A = \{(3, 3), (*, *), (3, *), (*, 3)\}$$

DIVERSI! Sono coppie ordinate

Insieme delle parti

Dato un insieme A , con $\mathcal{P}(A)$ si indica l'insieme di tutti i sottoinsiemi di A

Esempio

$$A = \{3, *, \square\}$$

$$\mathcal{P}(A) = \{ \{3, *, \square\},$$

$\rightarrow 3$ elementi

$$\{3, *\}, \{3, \square\}, \{*, \square\},$$

$\rightarrow 2$ elementi

$$\{3\}, \{*\}, \{\square\}$$

$\rightarrow 1$ elemento

$$\emptyset \}$$

$\rightarrow 0$ elementi

Fatto generale: se A ha n elementi, allora

$\mathcal{P}(A)$ ha 2^n elementi

(per ognuno degli n elementi scelgo SI o NO)

Occhio alle notazioni : $A = \{3, *, \square\}$

$3 \in A$ VERA

$\{3\} \in A$ FALSA

$\{3\} \in \mathcal{P}(A)$ VERA

$3 \subseteq A$ FALSA

$\{3\} \subseteq A$ VERA

Achtung! Non usare il simbolo $A \subset B$!!!

$A \subseteq B$

$A \subsetneq B$

Esercizio di burocrazia $\mathcal{P}(\emptyset)$

$$\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$$

$\emptyset \in \emptyset$ F

$\emptyset \subseteq \emptyset$ V

$\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$ V

$\emptyset \in \{\emptyset\}$ V

Semi-hard: scrivere tutti gli elementi di $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset)))$.

— 0 — 0 —