

① PRELIMINARI

② LIMITI (calcolo infinitesimale)

③ DERIVATE (calcolo differenziale) $\rightarrow$ studi di funzione

④ INTEGRALI e questioni collegate (calcolo integrale)

1.1 Logica elementare, insiemi, funzioni

1.2 Principio di induzione

1.3 Numeri reali e assioma di continuità

1.4 Funzioni elementari e loro grafici

10 ore

LOGICA ELEMENTARE

PROPOSIZIONE Frase di cui ha senso chiedersi se è vera o falsa

Esempi

Oggi fa molto caldo

Vera

Il docente di AM1 è giovane

Falsa

$7 \geq 5$

Vera

Sono
proposizioni

Che ora è ?

Quanti siamo in aula ?

Per favore silenzio !

Non sono
proposizioni

PREDICATO

Sono frasi che contengono dei parametri, e che a seconda dei valori dei parametri sono vere o false

Esempi

$$x \geq 3$$

Il docente d è giovane

Allo studente s piace la materia m

QUANTIFICAZIONE

$\forall$ per ogni

$\exists$ esiste almeno un

$\exists!$ esiste un unico

Fatto importante

Se in un predicato io quantifico tutte le variabili ottengo una proposizione

Esempi

$$\forall x \text{ [vale che] } x \geq 3$$

Falsa

$$\exists x \text{ [tale che] } x \geq 3$$

Vera

$$\forall d \text{ docente [vale che] } d \text{ è giovane}$$

Falsa

$$\exists d \text{ docente [tale che] } d \text{ è giovane}$$

Vera

Esempi con 2 parametri

$$P(s, b) = \text{allo studente } s \text{ piace la birra } b$$

$$\forall s \forall b P(s, b)$$

a tutti piacciono tutte le birre

$$\exists s \exists b P(s, b)$$

c'è almeno uno a cui piace almeno una birra

$$\forall s \exists b P(s, b)$$

a ogni studente piace almeno una birra

$$\exists s \forall b P(s, b)$$

esiste almeno uno studente a cui piacciono tutte le birre

$$\exists b \forall s P(s, b)$$

almeno una birra piace a tutti

$$\forall b \exists s P(s, b)$$

tutte le birre piacciono almeno a uno studente

Esercizio (HARD) Un predicato a 2 parametri si può quantificare in 6 modi diversi.

E se i parametri fossero cinque?

OPERAZIONI TRA PROPOSIZIONI

NOT Se P è una prop., $\text{NOT } P$ dice esattamente l'opposto

$$P: 7 \geq 5$$

$$\text{NOT } P: 7 < 5$$

$$P: \text{il docente è giovane}$$

$$\text{NOT } P: \text{il docente non è giovane}$$

AND Se P e Q sono proposizioni

$$P \wedge Q \quad [P \text{ AND } Q] = \text{vera se e solo se sono vere sia } P \text{ sia } Q$$

VEL $P \vee Q$ = vera se e solo se almeno una delle due
"oppure"
non esclusivo
(o entrambe) è vera

Negazione di AND e VEL

$$\text{NOT } (P \wedge Q) = \text{NOT } P \vee \text{NOT } Q$$

$$\text{NOT } (P \vee Q) = \text{NOT } P \wedge \text{NOT } Q$$

Non è vero che almeno una tra P e Q è vera = sono entrambe false

Negazione di predicati quantificati

$$\text{NOT } (\forall x \, P(x)) = \exists x \text{ tale che } \text{NOT } P(x)$$

$$\text{NOT } (\exists x \, P(x)) = \forall x \text{ vale che } \text{NOT } P(x)$$

Esempi

$$\forall s \exists b P(s, b)$$

a ogni studente piace almeno una birra

Negazione $\exists s \forall b \text{ NOT } P(s, b)$

esiste uno studente a cui non piace nessuna birra

Tutte le pecore sono nere

$$\forall p \text{ pecora } \text{Nera}(p)$$

Negazione: esiste una pecora non nera

$$\exists p \text{ pecora t.c. NOT Nera}(p)$$

Ogni anno c'è almeno uno studente che ha fatto tutti gli esami

$$\forall a \exists s \forall e \text{ ha fatto}(a, s, e)$$

Negazione: $\exists a \forall s \exists e \text{ NOT ha fatto}(a, s, e)$

esiste un anno in cui tutti gli studenti hanno superato almeno un esame

IMPLICAZIONI

$$P \Rightarrow Q \quad [\text{Se } P \text{ è vera, allora } Q \text{ è vera} \\ \text{se } P \text{ è falsa, allora both}]$$

Esempio Il docente di AM1 è giovane $\Rightarrow 7 < 5$

Vera! Se la prima è falsa, la seconda può fare quello che vuole

$$7 < 5 \Rightarrow 7 \geq 5 \quad \text{Vera!}$$

Si traduce dicendo "P è cond. suff. affinché sia vera Q"

"Q è cond. necessaria affinché sia vera P"

$$P \Leftrightarrow Q \quad \text{"cond. nec. e suff."}$$

entrambe vere oppure entrambe false

— o — o —