

Tavole di veritàSiano  $P$  e  $Q$  due proposizioni

$P \wedge Q$

|   |   |   |
|---|---|---|
|   | P |   |
|   | V | F |
| Q | V | V |
|   | F | F |

$P \vee Q$

|   |   |   |
|---|---|---|
|   | P |   |
|   | V | F |
| Q | V | V |
|   | F | V |

$P \Leftrightarrow Q$

|   |   |   |
|---|---|---|
|   | P |   |
|   | V | F |
| Q | V | V |
|   | F | F |

$P \Rightarrow Q$

|   |   |   |
|---|---|---|
|   | P |   |
|   | V | F |
| Q | V | V |
|   | F | F |

se  $P$  è falsa non  
mi aspetto nulla da  $Q$

Esempio

$3 > 0 \Leftrightarrow 7 > 0$  Vera

$3 < 0 \Leftrightarrow 7 < 0$  Vera

$3 > 0 \Rightarrow 7 > 0$  Vera

$3 < 0 \Rightarrow 7 > 0$  Vera

$$\text{Itali ha vinto mondiale 2014} \Rightarrow 7 < 0 \quad \text{Vera}$$

$$\quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \Rightarrow 7 > 0 \quad \text{Vera}$$

$\forall x \in \dots \quad P(x) \Rightarrow Q(x)$

Quando  $P$  è vera, allora anche  $Q(x)$  è veraQuando  $P$  è falsa, allora non posso dedurre nulla

Tutte le volte che esco senza ombrello piove

Se esco senza piove, se esco con dipende

Quando è falsa una implicazione vuol dire che la premessa è VERA, ma la conclusione falsa  
(sx del  $\Rightarrow$ )  
(dx del  $\Rightarrow$ )

$$\forall x \in \dots \quad P(x) \Rightarrow Q(x)$$

Negazione:  $\exists x \in \dots \quad \text{NOT} (P(x) \Rightarrow Q(x))$   
 $\exists x \in \dots, \quad P(x) \text{ AND NOT } Q(x)$

Dimostrazione per assurdo: nego la  $Q(x)$  e dimostro che non vale la  $P(x)$

|               |                            |                                    |      |
|---------------|----------------------------|------------------------------------|------|
| <u>Esempi</u> | $\forall x \in \mathbb{N}$ | $x^2 > 9 \Rightarrow x > 3$        | Vera |
|               | $\forall x \in \mathbb{N}$ | $x^2 > 9 \Rightarrow x > 2$        | vera |
|               | $\forall x \in \mathbb{N}$ | $x^2 < -9 \Rightarrow x > 3$       | Vera |
|               | $\forall x \in \mathbb{N}$ | $x^2 < -9 \Rightarrow x^2 < -2014$ | Vera |
|               |                            | — 0 — 0 —                          |      |

**INSIEMI** Cos'è un insieme? BOH!

Come si presenta un insieme?

— per elenco  $A = \{ 2, 7, \square, \text{?} \}$

Oss: 1 — non conta l'ordine

2 — elementi ripetuti contano una volta sola

$A = \{ 2, 7, \square, 2, 2, \text{?}, \square \}$  è lo stesso di prima

— per proprietà  $B = \{ \text{studenti in quest'aula} \}$   
 $= \{ s \in \text{Studenti} : \underbrace{s \text{ sta nell'aula}}_{P(s)} \}$

### Esempio

$$Q = \{ m^2 : m \in \mathbb{N} \}$$

- Fai la lista degli elementi di  $\mathbb{N}$
- Fanne il quadrato
- Ottieni l'elenco degli elementi di  $Q$

$$Q = \{ m^2 : m \in \mathbb{Z} \} \quad \text{è lo stesso perché gli el. ripetuti non contano}$$

$$Q = \{ n \in \mathbb{N} : \exists a \in \mathbb{N} \, n = a^2 \}$$

$$A = \{ x \in \dots : P(x) \text{ è vera} \}$$

$$B = \{ x \in \dots : Q(x) \text{ è vera} \}$$

$$\{ x \in \dots : P(x) \vee Q(x) \text{ è vera} \} = A \cup B$$

$$\{ x \in \dots : P(x) \wedge Q(x) \text{ è vera} \} = A \cap B$$

### Notazioni insiemistiche

$$A \cap B, A \cup B, A \setminus B$$

$$a \in A \quad A \ni a$$

↑ elemento    ↑ insieme

$$a \notin A \quad A \not\ni a$$

$$\forall x \quad x \in A \Rightarrow x \in B$$

$$A \subseteq B$$

$$A \subset B \quad \text{DA NON USARE}$$

$$A \subsetneq B$$

$$\emptyset = \text{insieme vuoto}$$

$$\forall x \in \emptyset \quad x^2 < -10 \quad \text{VERA}$$

$$\forall x \quad x \in \emptyset \Rightarrow x^2 < -10$$

$$\text{Prodotto cartesiano} \quad A \times B = \{ (a, b) : a \in A, b \in B \}$$

## Insieme delle parti

$$\mathcal{P}(A) = \{ \text{sottosinsiemi di } A \} = \{ B : B \subseteq A \}$$

Esempi  $A = \{ 2, 3, \pi, z \}$

$$2 \in A \quad \checkmark$$

$$2 \subseteq A \quad \text{F}$$

$$\{2\} \subseteq A \quad \checkmark$$

$$\emptyset \in A \quad \text{F}$$

$$\emptyset \subseteq A \quad \checkmark$$

$$\emptyset \in \mathcal{P}(A)$$

Quanti elementi ha  $\mathcal{P}(A)$ ?  $2^4$  (per ogni elemento scelgo se metterlo o no)

$$\mathcal{P}(\emptyset) = \{ \emptyset \}$$

$$\emptyset \in \mathcal{P}(\emptyset) \quad \checkmark$$

$$\emptyset \subseteq \mathcal{P}(\emptyset) \quad \checkmark$$

$$\emptyset \in \mathcal{P}(A) \quad \checkmark$$

$$\emptyset \subseteq \mathcal{P}(A) \quad \checkmark$$

$$\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset)) = \{ \emptyset, \{ \emptyset \} \}$$

↑  
ha 1 el.

un aspetto 2 elementi

In generale: se  $A = \{a\}$ , allora

$$\mathcal{P}(A) = \{ \emptyset, \{a\} \}$$

Esercizio di burocrazia

Scrivere gli elementi di

$$\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset))).$$