

ANALISI MATEMATICA 1 - LEZIONE 010

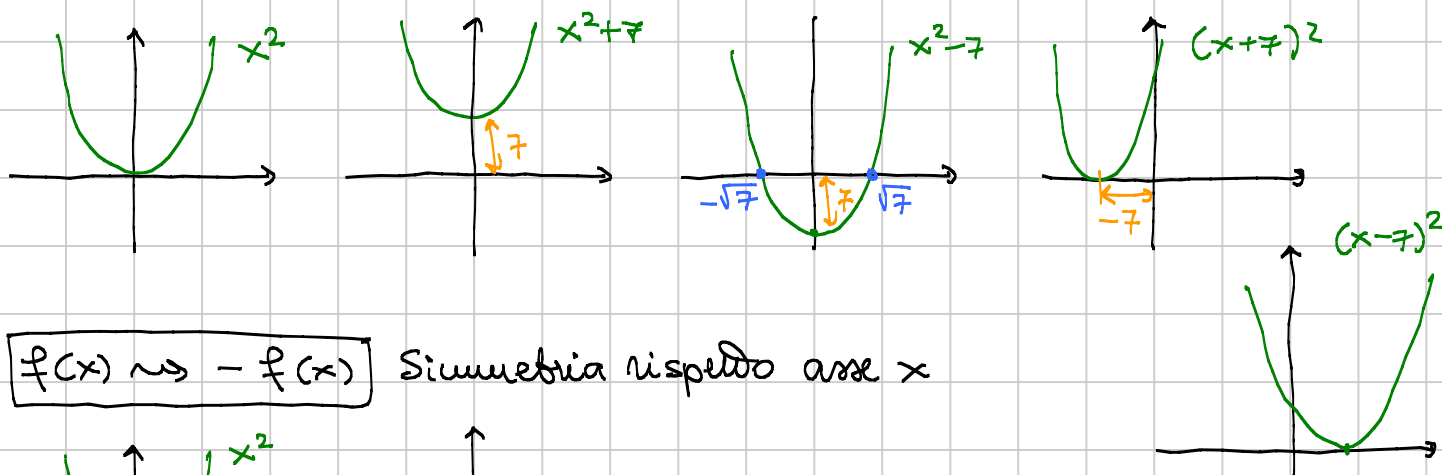
Titolo nota

29/09/2012

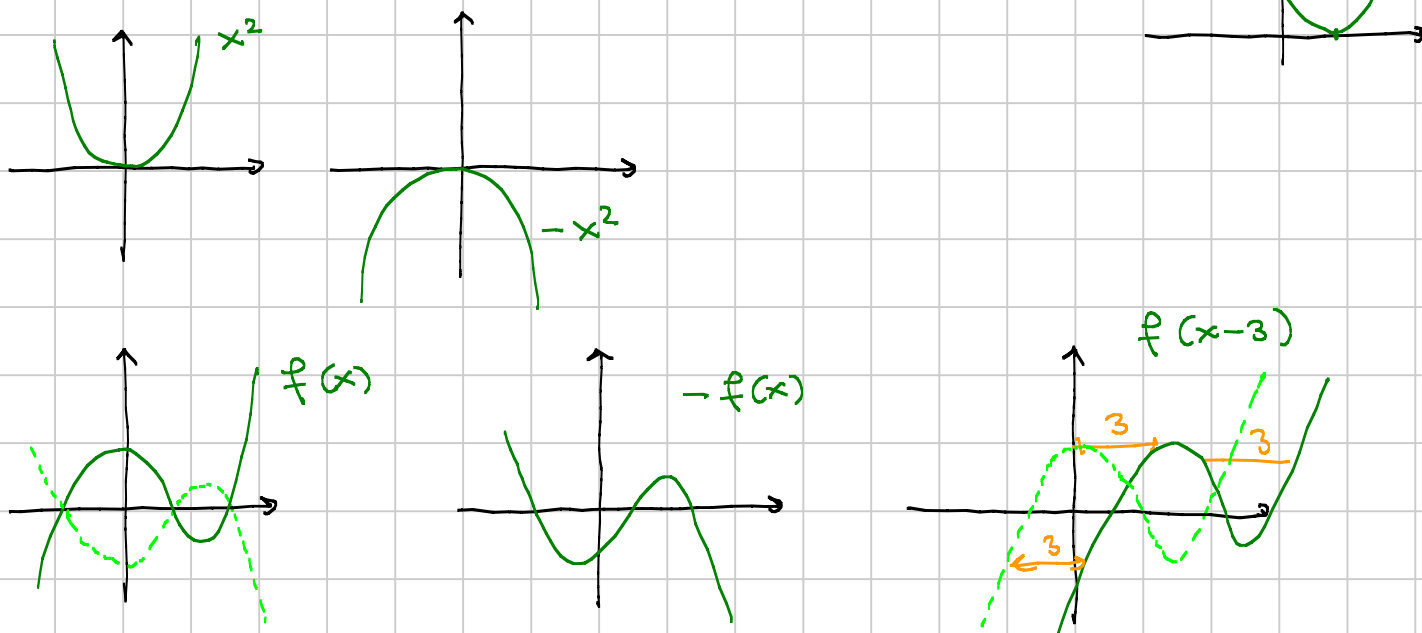
OPERAZIONI SUI GRAPICI Come passare dal grafico di $f(x)$ al grafico di $f(x) \pm a$, $f(x \pm a)$, $|f(x)|$, $f(|x|)$, $-f(x)$, $f(-x)$, ...

$f(x) \rightsquigarrow f(x) \pm a$ Spostamento SU - GIÙ di a (SO se $+a$)

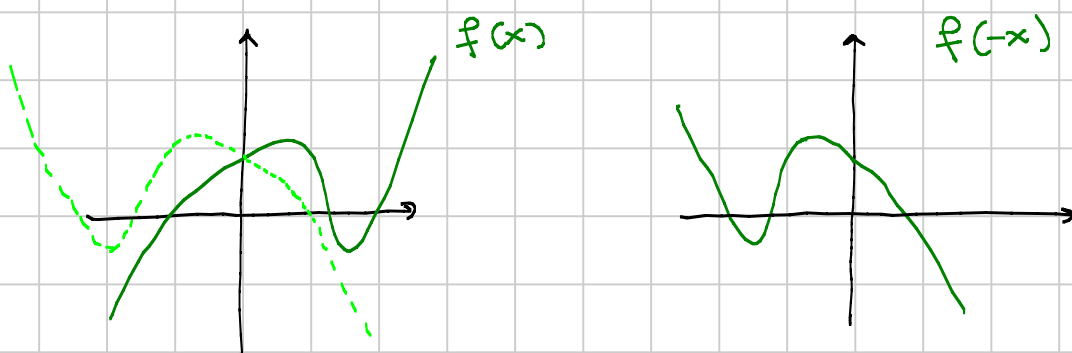
$f(x) \rightsquigarrow f(x \pm a)$ Spostamento DESTRA - SINISTRA (sx se c'è $+a$)



$f(x) \rightsquigarrow -f(x)$ Simmetria rispetto asse x



$f(x) \rightsquigarrow f(-x)$ Simmetria rispetto asse y

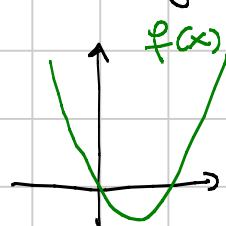
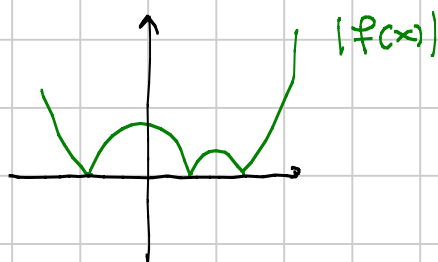
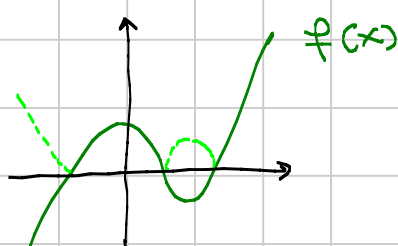


$$f(x) \rightsquigarrow |f(x)|$$

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{se } f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{se } f(x) < 0 \end{cases}$$

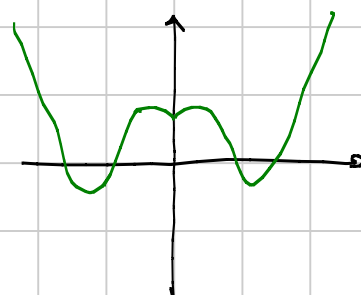
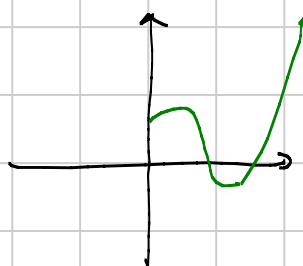
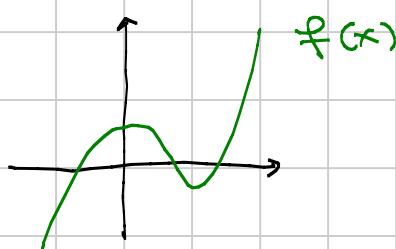
I tratti con $f(x) \geq 0$ (quindi I e II quadrante) non cambiano

" " " $f(x) < 0$ (" III e IV quadrante) vengono ribaltati



$$f(x) \rightsquigarrow f(|x|)$$

Per $x \geq 0$ (quindi I e IV quadrante) non cambia nulla. Poi basta osservare che $f(|x|)$ è una funzione pari, quindi una volta che è nota per $x \geq 0$ è nota per ogni $x \in \mathbb{R}$.



Non cambio nulla per
 $x \geq 0$

La completo in modo
che sia una funzione
pari.

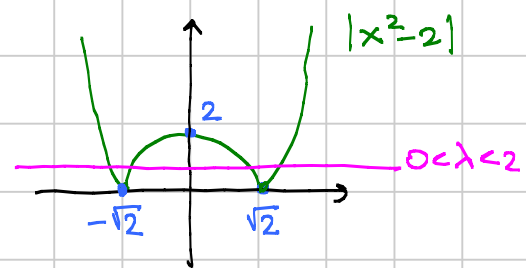
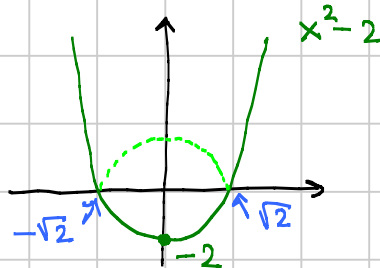
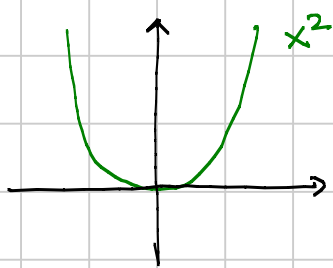
Osservazione Passando da $f(x)$ a $f(|x|)$, non resta traccia di come era prima $f(x)$ per valori $x < 0$.

Esercizio 1 Stabilire, al variare del parametro $\lambda \in \mathbb{R}$, quante sono le soluzioni dell'equazione

$$|x^2 - 2| = \lambda$$

Piano: $\rightarrow$ disegnare il grafico di $f(x) = |x^2 - 2|$

$\rightarrow$ intersecare il grafico con le rette orizzontali $y = \lambda$ e contare le intersezioni.

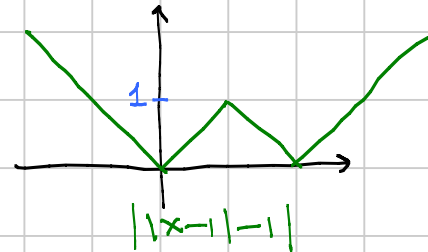
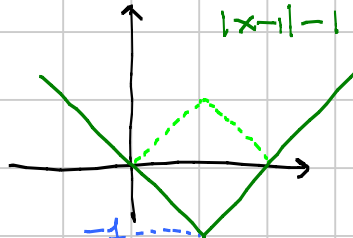
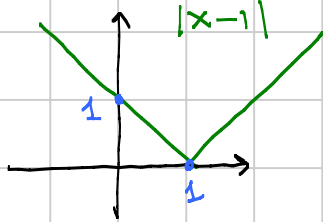
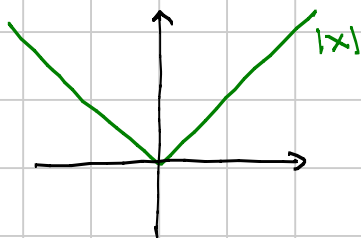


Interseco con $y = \lambda$. Ottengo:

- 0 soluzioni per $\lambda < 0$
- 2 soluzioni per $\lambda = 0$
- 4 soluzioni per $0 < \lambda < 2$
- 3 soluzioni per $\lambda = 2$
- 2 soluzioni per $\lambda > 2$.

Esercizio 2 $||x-1|-1| = \lambda$

Disegno $f(x) = ||x-1|-1|$



- 0 soluzioni per $\lambda < 0$
- 2 soluzioni per $\lambda = 0$
- 4 soluzioni per $0 < \lambda < 1$

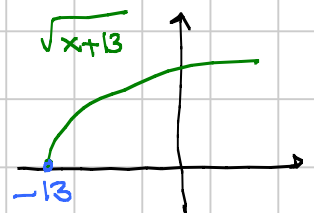
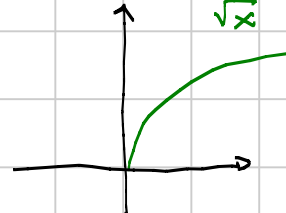
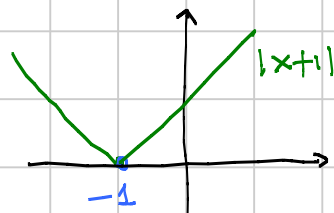
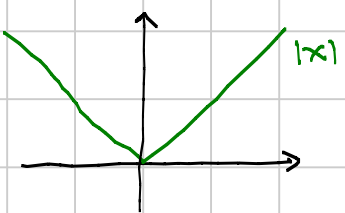
- 3 soluzioni per $\lambda = 1$
- 2 soluzioni per $\lambda > 1$.

Esercizio 3 $|x+1| \geq \sqrt{x+13}$

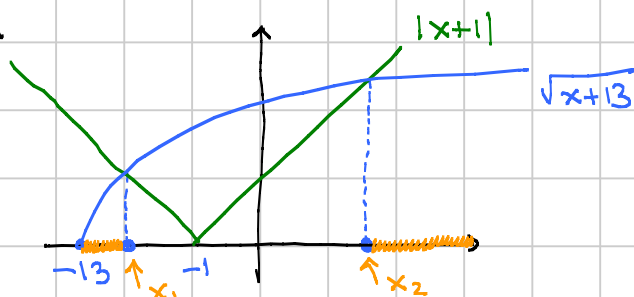
[Fare precorsistivamente, che è l'unico metodo sicuro]

Interpretazione grafica del risultato. Disegno

$f(x) = |x+1|$ e $g(x) = \sqrt{x+13}$



Sovrappongo i grafici



La soluzione della disequazione sarà del tipo

$$[-13, x_1] \cup [x_2, +\infty)$$

Restano da trovare x_1 e x_2 . "Facendo i furbi"

$$(x+1)^2 = x+13$$

$$x^2+2x+1 = x+13$$

$$x^2+x-12=0$$

$$(x+4)(x-3)=0$$

$$x_1 = -4 \quad x_2 = 3.$$

— 0 — 0 —

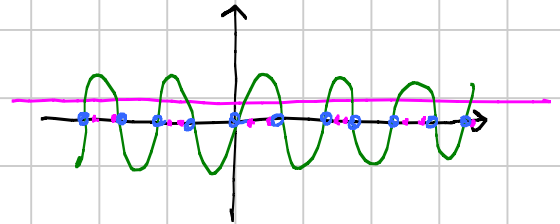
Esercizi

	Max	Min	Inf	Sup
$\mathbb{N}$	N.E.	0	0	$+\infty$
$\mathbb{Z}$	N.E.	N.E.	$-\infty$	$+\infty$
$[0, 5]$	5	N.E.	0	5
$\{x \in \mathbb{R} : x^2 \leq 4\}$ " $[-2, 2]$	2	-2	-2	2

$$B = \{x \in \mathbb{R} : \sin x = 0\}$$

$$\sup B = +\infty$$

$$\inf B = -\infty$$



$$C = \{x \in \mathbb{R} : \sin x = \frac{1}{77}\}$$

$$\sup = +\infty$$

$$\inf = -\infty$$