

# ANALISI MATEMATICA 1 - LEZIONE 006

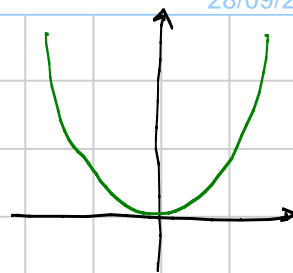
Titolo nota

28/09/2012

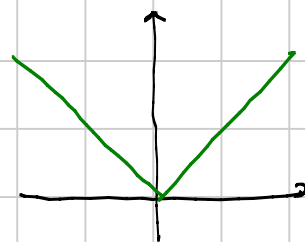
Ancora iniettività e surgettività.  $f(x) = x^2$

In. e surg. dipendono DA DOVE A DOVE

|                                                          | Iniettività | Surgettività |
|----------------------------------------------------------|-------------|--------------|
| $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$                   | NO          | NO           |
| $f: \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ | SI          | SI           |
| $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$          | NO          | SI           |
| $f: \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}$          | SI          | NO           |



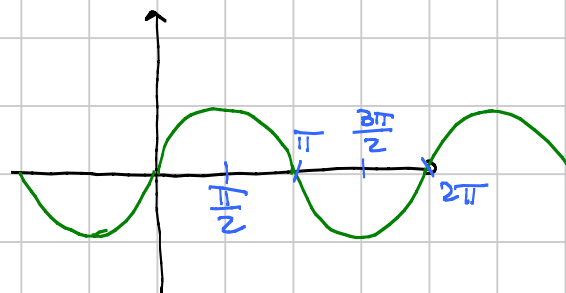
Esempio 2  $f(x) = |x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$



Iniettività e surgettività come sopra.

Esempio 3  $f(x) = \sin x$

|                                                          | Iniettiva | Surgettiva |
|----------------------------------------------------------|-----------|------------|
| $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$                   | NO        | NO         |
| $f: \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}$          | NO        | NO         |
| $f: \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ |           |            |

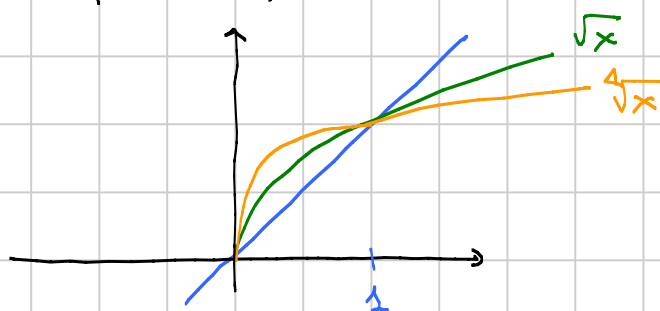
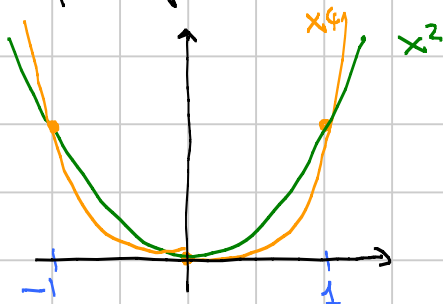


così non va bene perché non è vero che ogni elem. dell'insieme di partenza va a finire in un el. dell'insieme di arrivo. Ad esempio  $x = \frac{3\pi}{2}$

|                                      |    |    |
|--------------------------------------|----|----|
| $f: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ | NO | NO |
| $f: [0, \pi] \rightarrow [0, 1]$     | NO | SI |
| $f: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$  | NO | SI |

— o — o —

Tornando alle funzioni potenze, la stessa situazione di  $f(x) = x^2$  vale per  $f(x) = x^k$  con  $k$  intero positivo pari

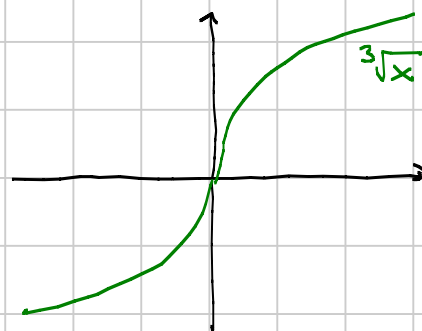
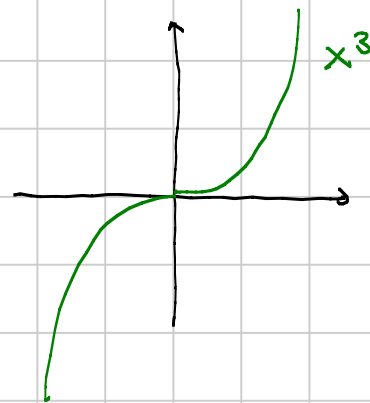
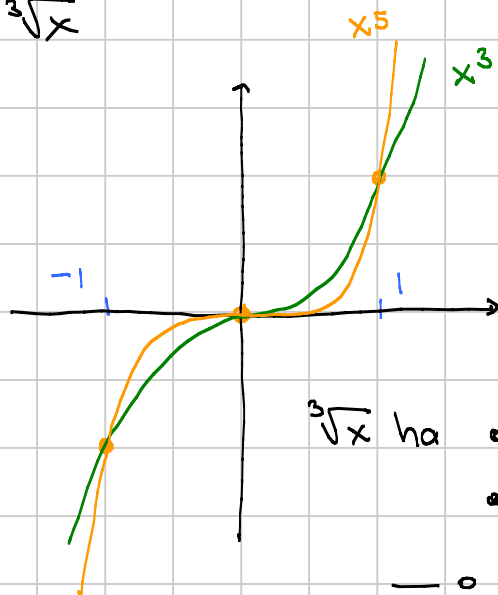


$f(x) = x^3$  (e più in generale  $f(x) = x^k$  con  $k$  intero positivo dispari)

Funzione dispari

$$f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$$

Vista come  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  è sia iniettiva, sia surgettiva, quindi è invertibile. La sua inversa è una  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  che è  $g(x) = \sqrt[3]{x}$



[Es: stessa cosa con  $\sqrt[3]{x}$  e  $\sqrt[5]{x}$ ]

$\sqrt[3]{x}$  ha

- in INPUT reali qualunque
- in OUTPUT reali qualunque dello stesso segno dell' input

## FUNZIONI ESPONENZIALI $f(x) = 2^x$

Potenze:  $x$  alla base

Esponenziali:  $x$  all'esponente

Se  $x$  è sia nella base, sia nell'esponente è esponenziale

Vista come  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  non ha particolari simmetrie è iniettiva, ma non surgettiva.

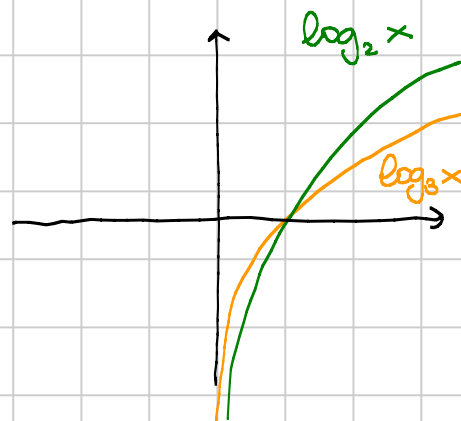
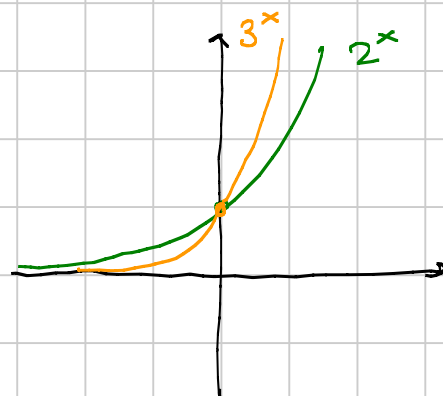
Vista come  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_{>0} = (0, +\infty)$  è iniettiva e surgettiva.

Quindi ammette una funzione inversa  $g: \mathbb{R}_{>0} \rightarrow \mathbb{R}$  che è  $g(x) = \log_2 x$

Quindi  $\log_2$  ha

- in INPUT numeri reali  $> 0$
- in OUTPUT numeri reali qualunque.

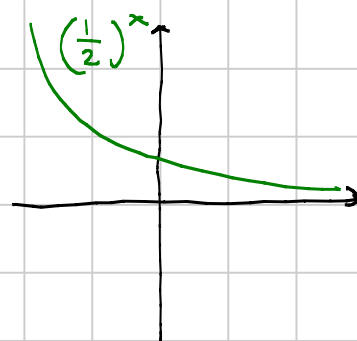
Stessa cosa per  $f(x) = a^x$  con  $a > 1$



Gli esponenziali  $f(x) = a^x$  con  $0 < a < 1$  sono simili

Esercizio: mettere sullo stesso grafico  $(\frac{1}{3})^x$  e fare i grafici dei rispettivi logaritmi.

— o — o —



## FUNZIONI TRIGONOMETRICHE $f(x) = \sin x$

Vista come  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  non è iniettiva, non è surgettiva

È dispari  $\sin(-x) = -\sin x$  e periodica di periodo minimo  $2\pi$ .

Vista come  $f: [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow [-1, 1]$  è invertibile

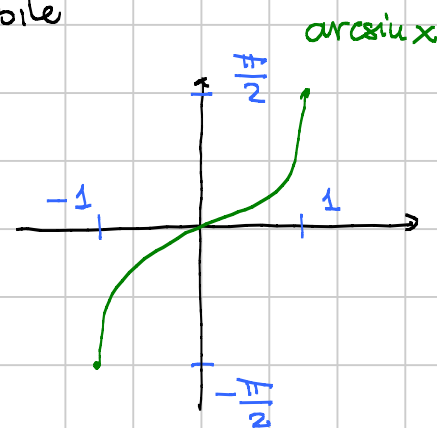
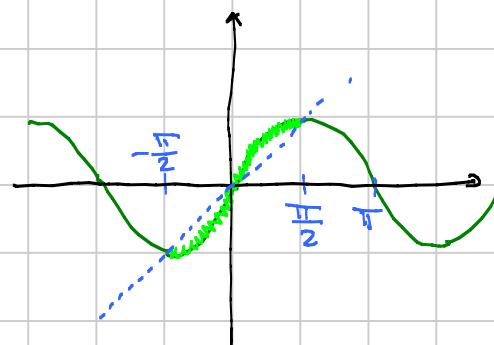
La funzione inversa è una

$$g: [-1, 1] \rightarrow [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$$

e si indica con  $g(x) = \arcsin x$

Quindi  $\arcsin$

- prende in INPUT valori  $x \in [-1, 1]$
- restituisce in output valori in  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

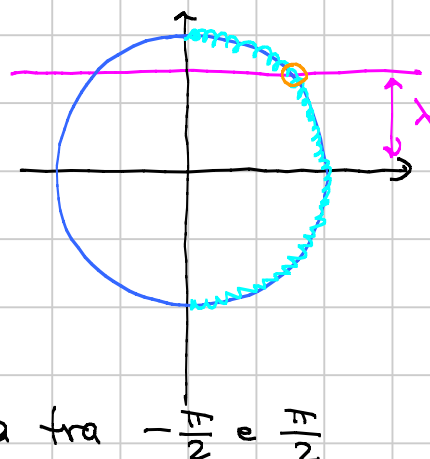


Interpretazione di  $\arcsin x$  nella circonferenza trigonometrica

Se voglio calcolare  $\arcsin \lambda$ , devo trovare i valori di  $x$  tali che  $\sin x = \lambda$

Quindi interseco la circonferenza con la retta  $y = \lambda$  e ottengo 2 soluzioni (tranne per  $\lambda = \pm 1$  che viene una sol. sola).

$\arcsin \lambda$  è la soluzione a destra, cioè quella tra  $-\frac{\pi}{2}$  e  $\frac{\pi}{2}$



Esempio  $\arcsin(-\frac{1}{2}) = -\frac{\pi}{6}$

$$\arcsin(1) = \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin(\frac{\sqrt{2}}{2}) = \frac{\pi}{4}$$

