

ANALISI MATEMATICA I - LEZIONE 001

Titolo nota

26/09/2012

INSIEMI Che cos'è un insieme? Non ve lo dico formalmente.

Come si presenta un insieme:

* PER ELENCO $A = \{3, 7, 12, a, *, \square\}$

Oss. 1 : l'ordine non è importante

Oss. 2 : gli elementi ripetuti contano una sola volta

$$A = \{3, 12, *, \square, a, 7\} = \{12, 3, *, *, \square, a, 7, \square, \square\}$$

* PER PROPRIETÀ $A = \{\text{studenti che stanno seguendo questa lezione}\}$

NOTAZIONI $a \in A$ ($A \ni a$) "a appartiene ad A"
↑ ↑
elemento insieme

$a \notin A$ ($A \not\ni a$) "a non appartiene ad A"

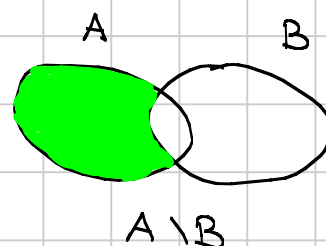
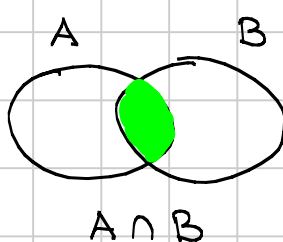
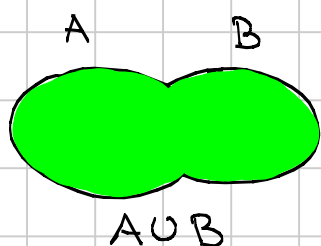
$A \subseteq B$ ($B \supseteq A$) "A è sottoinsieme di B" oppure
↑ ↑
insiemi "A è contenuto in B"

Ogni elemento di A è anche elemento di B

$\emptyset$: insieme vuoto : non contiene nessun elemento

OPERAZIONI

$A \cup B$	unione
$A \cap B$	intersezione
$A \setminus B$	differenza



x tali che $x \in A$ oppure $x \in B$
OR
VEL
V

x tali che $x \in A$
e $x \in B$
^ (AND)

x tali che $x \in A$
e $x \notin B$

Esempi

$$A = \{2, 7, \square, \star, 19\}$$

$$B = \{\text{interi positivi dispari}\}$$

$$2 \in A \cup B$$

Vero

$$2 \in A \cap B$$

Falso

$$2 \in A \setminus B$$

Vero

$$19 \in A \cap B$$

Vero

$$A \cap B \subseteq A$$

Vero

$$2 \subseteq A$$

Falsa (a dx e sx dovrebbero esserci insiemi)

$$2 \in A$$

Vera

$$\{2\} \subseteq A$$

Vera

$$\{2\} \in A$$

Falsa

$$\emptyset \subseteq A$$

Vera

$$\emptyset \in A$$

Falsa

Achtung!

$$2012 \geq 37$$

Vera

$$2012 \geq 2012$$

Vera

Analogamente: $A \geq B$ ammette come possibilità sia che $A = B$
ma anche che B sia più piccolo di A

PRODOTTO CARTESIANO

Dati due insiemi A e B , si definisce il loro prod. cartesiano $A \times B$ come l'insieme delle coppie

(a, b) con $a \in A$ e $b \in B$

Esempio

$$A = \{1, d\}$$

$$B = \{2, \square, f\}$$

$$A \times B = \{(1, 2), (1, \square), (1, f), (d, 2), (d, \square), (d, f)\}$$

Osservazione Nelle coppie l'ordine è importante !!!

$$A \times A = \{(1, 1), (1, d), (d, 1), (d, d)\}$$

sono diversi !!!

Se A ha a elementi e B ha b elementi, allora $A \times B$ ha ab elementi.

NOTAZIONE Si indica con $|A|$ la cardinalità dell'insieme A ,
cioè il numero di elementi di A .

Quindi $|A \times B| = |A| \cdot |B|$
— 0 — 0 —

INSIEME DELLE PARTI

Dato un insieme A , si indica con $\mathcal{P}(A)$ l'insieme di tutti i
sottoinsiemi di A , cioè

$\mathcal{P}(A) = \{ \text{insiemi } B: B \subseteq A \}$
 ^{tale che}
 ↓

Esempi $A = \{1, d\}$
 $\mathcal{P}(A) = \{ \emptyset, \{1\}, \{d\}, \{1, d\} \}$

$B = \{2, *, f\}$

$\mathcal{P}(B) = \{ \emptyset, \{2\}, \{*\}, \{f\}, \{2, *\}, \{2, f\}, \{*, f\}, \{2, *, f\} \}$

Quanti sono gli elementi di $\mathcal{P}(A)$? Sono

$|\mathcal{P}(A)| = 2^{|A|}$

Perché? Per ogni elemento di A io posso decidere $\begin{matrix} \nearrow \text{SI} \\ \searrow \text{NO} \end{matrix}$

Nel costruire un sottoinsieme di A , per ogni el. di A decido se
metterlo o no nel sottoinsieme... Le scelte sono $2^{|A|}$
— 0 — 0 —

Esercizio (Hard) Calcolare $|\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset)))|$