

ANALISI MATEMATICA I - LEZIONE 002

Titolo nota

28/09/2011

Esempio $A = \{3, 5, \square\}$ $\{5, 3\} \subseteq A$ OK
 $\{5, 3\} \in \mathcal{P}(A)$ OK
 $\{5, 3\} \subsetneq A$ OK
 $7 < 10$ OK $7 \leq 10$ OK $10 \leq 10$ OK
— o — o —

FUNZIONI (TRA INSIEMI)

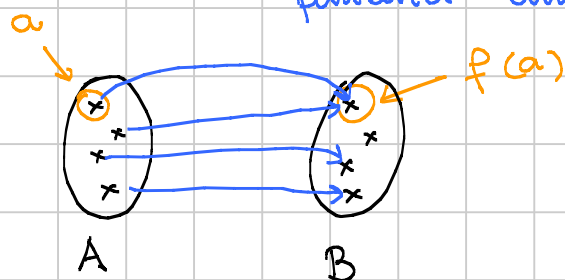
Def. rigorosa di funzione: non la dico

Operativamente una funzione sono 3 cose:

- ① un insieme di partenza
- ② un insieme di arrivo
- ③ una legge che ad ogni elemento dell'insieme di partenza associa un UNICO elemento dell'insieme di arrivo.

Notazione $f: A \rightarrow B$
↑ partenza ↑ arrivo

$f(a)$ elemento di B che la legge associa ad a.
↑
elemento di A



Funzioni INIETTIVE, SURGETTIVE, BIGETTIVE, INVERTIBILI

Sia $f: A \rightarrow B$ una funzione. Si dice che f è

- INIETTIVA se brutalmente due qualunque elementi distinti di A vanno a finire in elementi distinti di B

Riproposizione: $f(a_1) = f(a_2) \Rightarrow a_1 = a_2$ oppure
 $a_1 \neq a_2 \Rightarrow f(a_1) \neq f(a_2)$

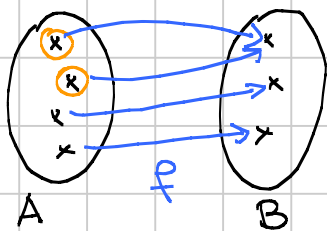
- SURGETTIVA $\times$ ogni elemento di B è raggiunto da una freccia

Rigorosamente:

$$\forall b \in B \quad \exists a \in A \quad ! f(a) = b$$

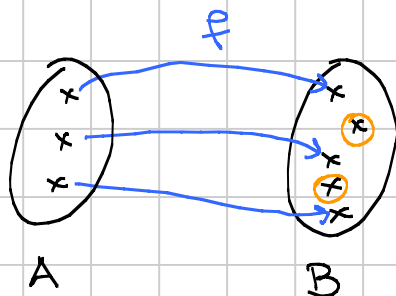
per ogni
esiste almeno un
tale che

Esempi



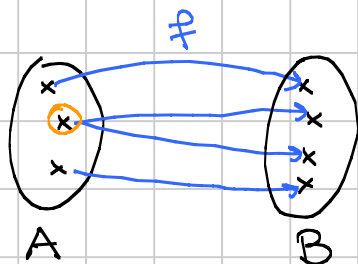
Surgettiva SI: ogni el. di B è raggiunto

Iniettiva NO: esistono 2 elementi distinti in partenza che vanno a finire nello stesso elemento di B .

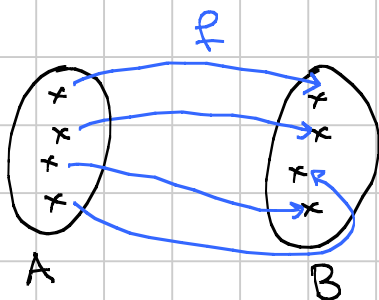


Iniettiva SI: elementi diversi vanno in elementi diversi

Surgettiva NO: due elementi di B non vengono raggiunti



Non è una funzione: da un pto non possono partire 2 frecce!!



Sia iniettiva, sia surgettiva.

INIETTIVA + SURGETTIVA = BIGETTIVA

Una funzione $f: A \rightarrow B$ si dice INVERTIBILE se esiste $g: B \rightarrow A$ tale che

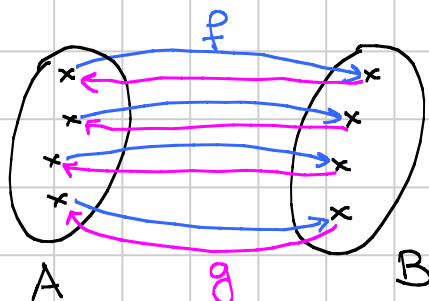
$$g(f(a)) = a$$

$$f(g(b)) = b$$

$\forall a \in A$ ← parto da a e faccio prima f e poi g

$\forall b \in B$

parto da $b \in B$ e faccio prima g e poi f .



Fatto generale Sia $f: A \rightarrow B$. Allora esiste la funzione inversa $g: B \rightarrow A$ se e solo se f è iniettiva e surgettiva.

Insiemi numerici: notazioni

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}$$

$\mathbb{N}$ = numeri naturali, 0 incluso = $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

$\mathbb{Z}$ = numeri interi (relativi) = $\{0, +1, -1, +2, -2, +3, \dots\}$

$\mathbb{Q}$ = numeri razionali = frazioni $\frac{m}{n}$ con $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{Z}$, $n \neq 0$

$\mathbb{R}$ = numeri reali

$\mathbb{C}$ = numeri complessi

— o — o —

Esempio 1 $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ $f(n) = n+3$

iniettiva: SÌ se $n_1 \neq n_2$, allora $n_1+3 \neq n_2+3$

surgettiva: NO infatti 0, 1, 2 sono elementi dell'insieme di arrivo che non provengono da nessun elemento in partenza.

Esempio 2 $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ $f(n) = n+3$

Questa è sia iniettiva, sia surgettiva, dunque bigettiva, dunque invertibile. L'inversa è $g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ definita da $g(n) = n-3$

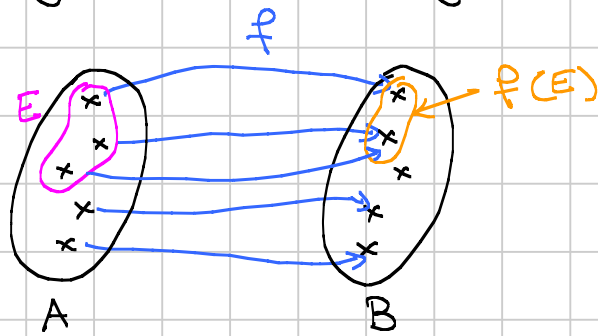
Esempio 3 $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ $f(n) = n^2$

Iniettiva: SÌ Surgettiva NO: ad esempio 2 non è raggiunto da nessuna freccia.

Esempio 4 $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ $f(n) = n^2$

Iniettiva: NO infatti $f(-5) = f(5) = 25$, quindi ho 2 elementi diversi in partenza che vanno a finire nello stesso.

Immagine e controimmagine.



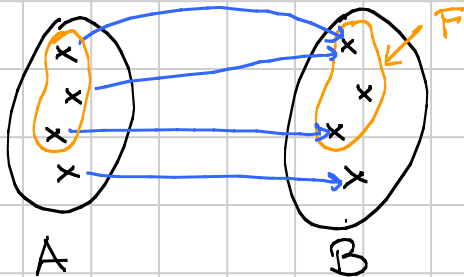
Sia $f: A \rightarrow B$ una funzione.

Dato un sottoinsieme $E \subseteq A$ si definisce immagine di E l'unione di tutti gli elementi di B che sono raggiunti da frecce che partono da E . Rigorosamente

$$f(E) = \{ f(a) : a \in E \} \quad \text{ELENCO!!!}$$

Dato un sottoinsieme $F \subseteq B$ si definisce controimmagine di F l'insieme di tutti gli elementi di A che vanno a finire in F .

Rigorosamente



$$f^{-1}(F) = \{ a \in A : f(a) \in F \} \subseteq A$$

PROPRIETÀ

— o — o —