

ANALISI MATEMATICA I - LEZIONE 001

Titolo nota

28/09/2011

INSIEMI Nessuna definizione formale

$a \in A$ $A \ni a$ a è un elemento di A $a \notin A$ $A \not\ni a$
 $\downarrow$ $\nearrow$
elem. insieme a appartiene ad A non appartiene

Presentazione di un insieme:

1° modo: per elenco $A = \{a, d, 7, 15, *, \square\}$ ← stessa cosa
Per consentire gli el. ripetuti contano una sola volta
 $A = \{a, d, 7, a, 15, *, \square, \square, *, *\}$

2° modo: per proprietà $B = \{\text{studenti di TLC in FOG}\}$
 $C = \{\text{interi positivi dispari}\}$

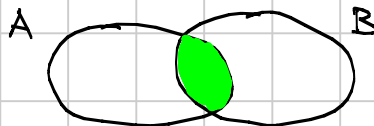
Inclusione: $A \subseteq B$ A contenuto dentro B , cioè tutti gli elementi di A sono anche elementi di B .
 $A \subset B$ A contenuto in B , ma non uguale cioè
→ ogni elemento di A è anche elemento di B
→ esiste almeno un elemento di B che non sta in A
 $A \subset B$: da non usare MAI perché ambiguo (usato in testi diversi con significato diverso)

Operazioni tra insiemi:



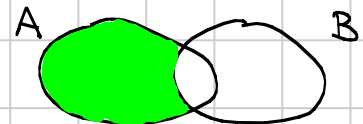
$A \cup B$

UNIONE



$A \cap B$

INTERSEZIONE



$A \setminus B$

DIFFERENZA

$A \cup B = \{x : x \in A \text{ oppure } x \in B\}$

↑
tali che

OR : almeno una delle condizioni
VEL ($\vee$) deve essere vera.

$$A \cap B = x : x \in A \text{ e } x \in B$$

AND ($\wedge$) : le condizioni devono essere entrambe vere.

$$A \setminus B = x : x \in A \text{ e } x \notin B$$



$$x : x \in A \text{ XOR } x \in B$$

XOR
AUT → una e una sola delle condizioni deve essere vera

$$(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$$

Insieme delle parti Dato un insieme A , si indica con $\mathcal{P}(A)$ l'insieme costituito da tutti i sottoinsiemi di A .

$$\mathcal{P}(A) = B : B \subseteq A$$

Esempio $A = \{2, a, *\}$ (Per elenco)

$$\mathcal{P}(A) = \{ \{2, a, *\}, \{2, a\}, \{2, *\}, \{a, *\}, \{2\}, \{a\}, \{*\}, \emptyset \}$$

↑
insieme vuoto

Osservazione: sia A l'insieme di sopra

$$2 \in A$$

OK

$$2 \subseteq A$$

NO perchè $\subseteq$ vuole a lato 2 insiem

$$\{*, 2\} \subseteq A$$

$$\{2, *\} \subseteq A$$

OK: sottoinsiemi di A

(lo stesso perchè negli elenchi l'ordine non conta)

$$\{*, 2\} \in A$$

NO! ci vuole $\in$ insieme

$$\{2\} \subseteq A$$

OK: l'insieme che contiene solo 2 è contenuto dentro A

$\{2\} \in \mathcal{P}(A)$: l'insieme che contiene 2 è contenuto nelle parti di A .

$$\{2, a\} \in \mathcal{P}(A) : \text{OK}$$

$$\emptyset \in \mathcal{P}(A) \quad \text{OK}$$

$$\emptyset \subseteq \mathcal{P}(A) : \text{OK (il vuoto è contenuto ovunque)}$$

Prodotto cartesiano di 2 insiemi Siano A e B due insiemi.

Si definisce prodotto cartesiano $A \times B$ l'insieme delle coppie (a, b) ORDINATE (cioè $(a, b) \neq (b, a)$) in cui $a \in A$, $b \in B$.

Esempio $A = \{7, *\}$ $B = \{0, 3, m\}$

$$A \times B = \{(7, 0), (7, 3), (7, m), (*, 0), (*, 3), (*, m)\}$$

$$A \times A = \{(7, 7), (7, *), (*, 7), (*, *)\}$$

diversi ↗ ↘

Notazione Con $|A|$ (e talvolta anche $\#A$) si intende il numero di elementi dell'insieme A .

Nell'esempio precedente $|A| = 2$, $|B| = 3$, $|A \times B| = 6$
 $|A \times A| = 4$, $|B \times B| = 9$.

Esercizio (Hard) Calcolare $|\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset)))|$.