

ANALISI MATEMATICA I - LEZIONE 015

Titolo nota

03/11/2010

Esercizio 1 $f(x) = 2^{|x|}$ Funzione PAR!
 $f(-x) = 2^{|-x|} = 2^{|x|} = f(x)$

Vista come $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ non è iniettiva ($f(3) = f(-3)$) e nemmeno surgettiva (non prende per lo meno i valori ≤ 0)
Grafico... Per $x \geq 0$ è come forse 2^x , e poi è pari.

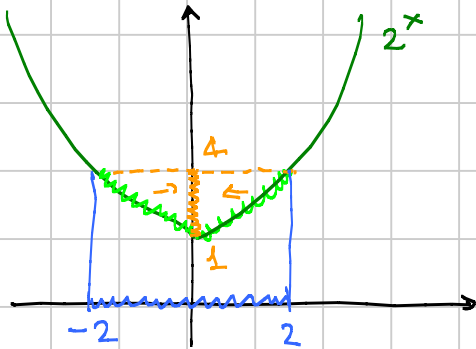


Immagine di $[-2, 2]$: $[1, 4]$

Immagine di tutto $\mathbb{R}$: $[1, +\infty)$

L'equazione

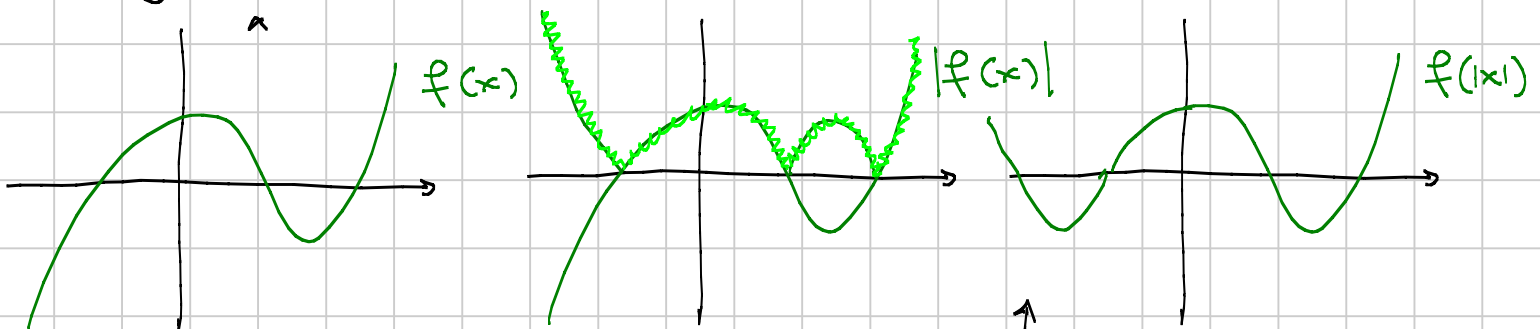
$$2^{|x|} = \lambda$$

ha

- 0 soluzioni per $\lambda < 1$
- 1 soluzione per $\lambda = 1$
- 2 soluzioni per $\lambda > 1$

Risolvere $f(x) = \lambda$ vuol dire intersecare il grafico con la retta $y = \lambda$. I valori di x corrispondenti alle intersezioni sono le soluz.
— o — o —

In generale $f(x) \rightsquigarrow f(|x|)$



sui positivi non cambia,
la parte negativa è quella
positiva ribaltata

Esercizio 2

$$f(x) = \cos(x^2) \quad \text{PARI}$$

$$f(-x) = \cos((-x)^2) = \cos x^2 = f(x)$$

$$f(x) = \cos x^3 \quad \text{PARI}$$

$$f(-x) = \cos(-x)^3 = \cos(-x^3) = \cos x^3 = f(x)$$

$$f(x) = \sin x^2$$

$$f(-x) = \sin(-x)^2 = \sin x^2 = f(x)$$

PARI

$$f(x) = \sin x^5$$

$$f(-x) = \sin(-x)^5 = \sin(-x^5) = -\sin x^5 = -f(x)$$

DISPARI

↑
sin è dispari

$$f(x) = 2^{-x^2}$$

PARI

$$f(x) = 2^{-x^3}$$

Nessuno dei due!

$$f(1) = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$f(-1) = 2$$

$$f(x) = \cos(\sin(\arctan x)) \quad \text{PARI}$$

$$f(-x) = \cos(\sin(\arctan(-x))) = \cos(\sin(-\arctan x))$$

$$= \cos(-\sin(\arctan x)) = \cos(\sin(\arctan x)) = f(x)$$

$$f(x) = 2^{\cos x}$$

$$g(x) = \cos(2^x)$$

$$f(-x) = 2^{\cos(-x)} = 2^{\cos x} = f(x)$$

NULLA

f è PARI

prova con $x=1$ e $x=-1$.

— 0 — 0 —

Esercizio 3

$$f(x) = \sin^4 x \text{ è periodica?}$$

Sì, e 2π è un periodo. Perché?

$$f(x+2\pi) = \sin^4(x+2\pi) = [\sin(x+2\pi)]^4 = \sin^4 x = f(x)$$

In realtà anche π è un periodo

$$f(x+\pi) = [\sin(x+\pi)]^4 = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{precorso}}}{[-\sin x]}^4 = [\sin x]^4 = f(x)$$

$f(x) = \log_3(5 + \cos x)$ Periodica e 2π è un periodo
PARI

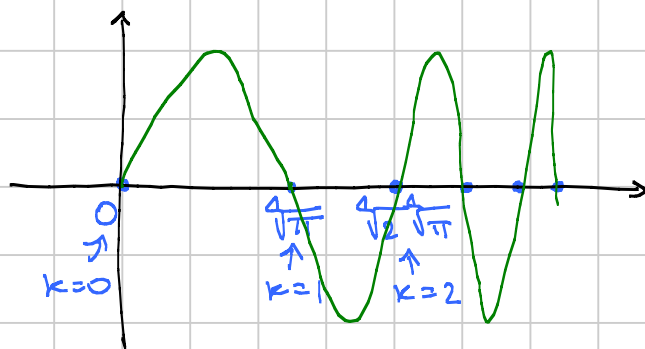
$$f(-x) = \log_3(5 + \cos(-x)) = \log_3(5 + \cos x) = f(x)$$

Esercizio 4 $f(x) = \sin x^4$ PARI Non è periodica !!!!!

Come è fatto più o meno il grafico? Dove si annulla?

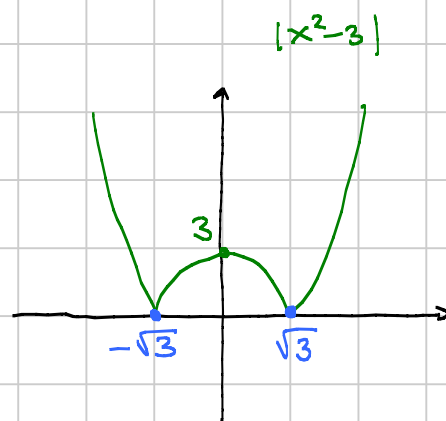
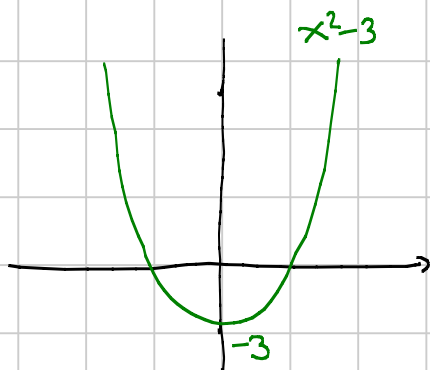
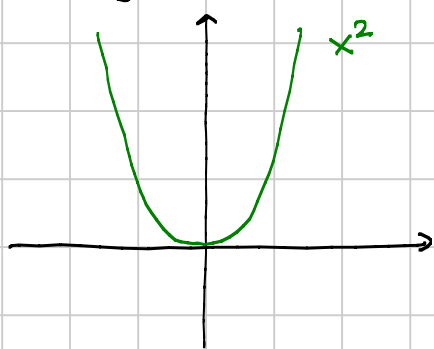
Dove l'argomento del sin è $k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$, quindi dove
 $x^4 = k\pi$, quindi quando $x = \sqrt[4]{k} \cdot \sqrt[4]{\pi}$

Il grafico continua ad oscillare tra -1 e 1 , ma le oscillazioni sono sempre più ravvicinate. Questo è contro la periodicità



Esercizio 5 $|x^2 - 3| = \lambda$ Quante soluzioni al variare di λ .

Bisogna fare il grafico

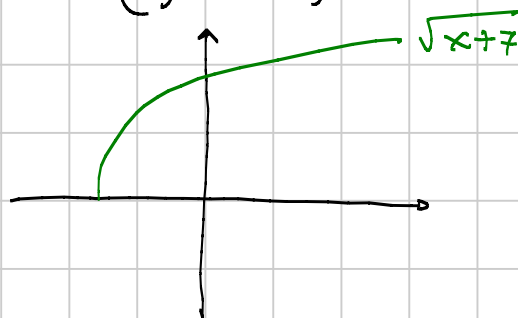
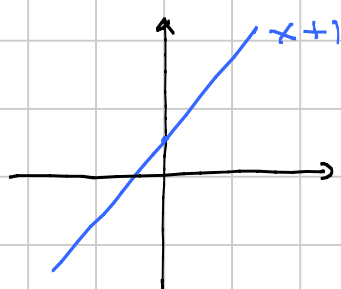


- L'equazione ha:
- 0 soluzioni per $\lambda < 0$
 - 2 soluzioni per $\lambda = 0$ e per $\lambda > 3$
 - 3 soluzioni per $\lambda = 3$
 - 4 soluzioni per $\lambda \in (0, 3)$

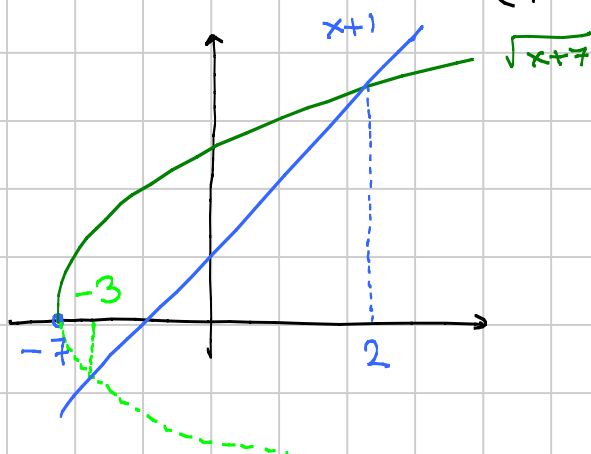
Esercizio 6

$$\sqrt{x+7} > x+1$$

Volevamo si risolve con metodi da percorso (fame!!!)



Andiamo a sovrapporre (pericolo!)



Per trovare l'intersezione
risolvo

$$\sqrt{x+7} = x+1$$

$$x+7 = x^2+2x+1$$

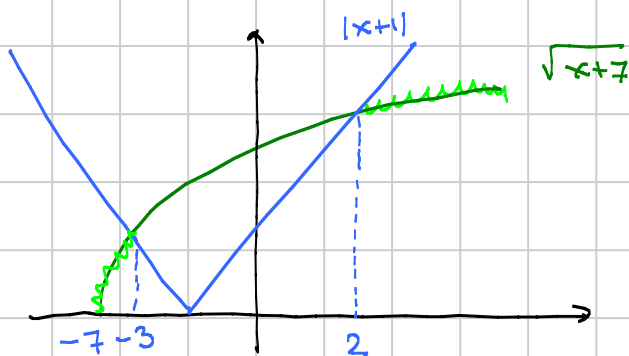
$$x^2+x-6=0$$

$$x=2 \text{ e } x=-3$$

Dal grafico si vede che $\sqrt{x+7} > x+1 \Leftrightarrow x \in [-7, 2)$.

Esercizio 7

$$\sqrt{x+7} < |x+1|$$



Soluzione d'equazione:

$$[-7, -3) \cup (2, +\infty).$$