

Presentazione funzioni e funzioni inverse elementariPotenze $f(x) = x^2$ vista come $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è pari

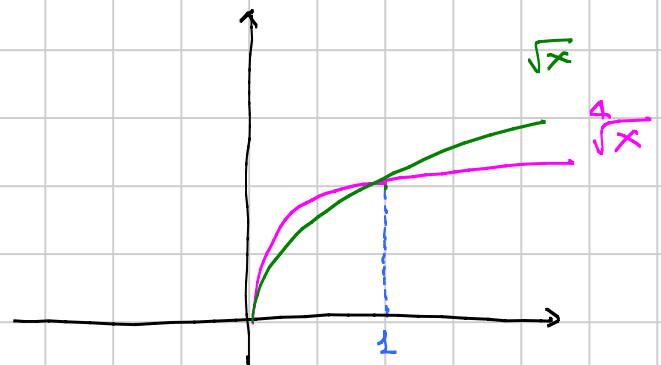
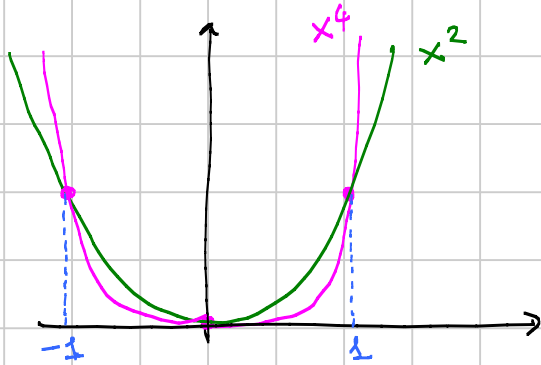
$$f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$$

non monotona, non iniettiva e non surgettiva

Vista come $f: [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$ è strett. cresc., iniettiva e surgettiva. Quindi è invertibile. La sua inversa è una funzione

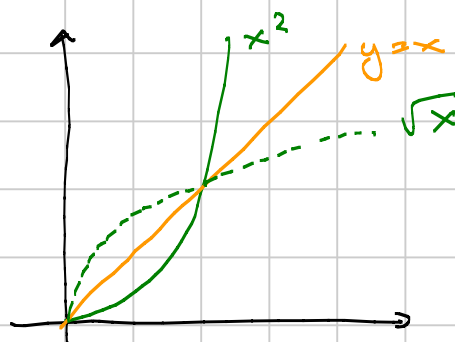
$$g: [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$$

ed è $g(x) = \sqrt{x}$

Achtung! $\sqrt{9} = 3$ $\sqrt{x}$ prende in input valori ≥ 0 e restituisce in output valori ≥ 0 Discorsi analoghi valgono per tutte le potenze con esponente
INTERO POSITIVO PARI

Come è fatto il grafico di una funzione rispetto alla sua inversa?

Sono l'uno il simmetrico dell'altro rispetto alla bisettrice del 1° e 3° quadrante

Idea del perché: se (x, y)
sta sul grafico di f , allora
 (y, x) sta sul grafico dell'inv.

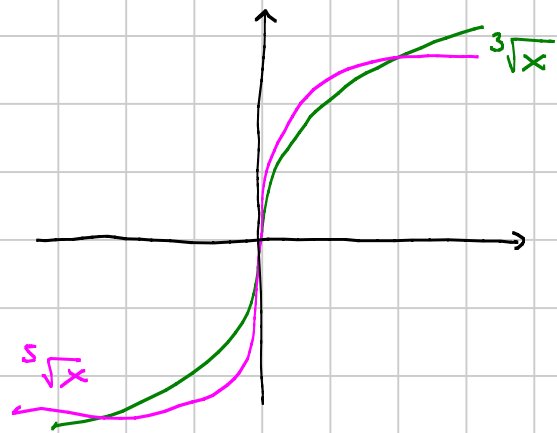
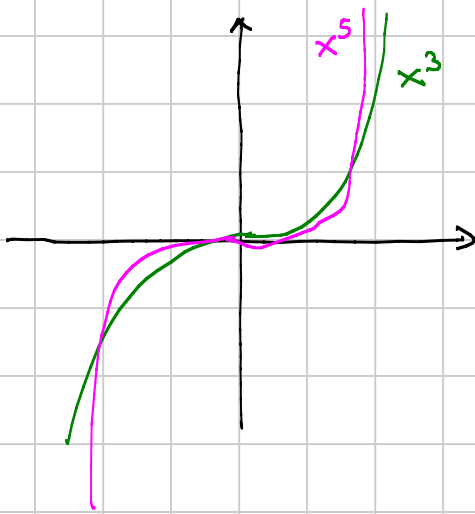
EspONENTE dispari $f(x) = x^3$ Vista come $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è

- DISPARI [$f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$]
- STRETT. CRESCENTE
- INIETTIVA
- SURGETTIVA

Quindi è invertibile. L'inversa $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è

$$g(x) = \sqrt[3]{x}$$

Achtung! Le radici di indice dispari prendono in input valori reali qualunque e restituiscono reali qualunque



Le radici di indice dispari sono funzioni $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
dispari, strett. cresc., iniettive e surgettive
— 0 — 0 —

Esponenziali $f(x) = 3^x$ Vista come $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è

- Nessuna simmetria
- strett. crescente
- iniettiva, ma non surgettiva

Vista come $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$

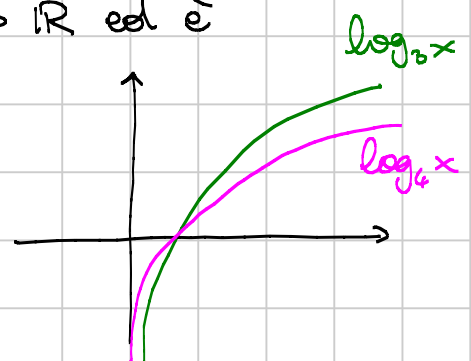
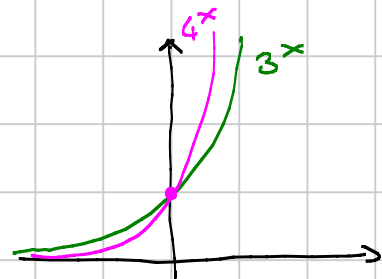
diventa pure surgettiva, dunque invertibile.

L'inversa è una funzione $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ed è

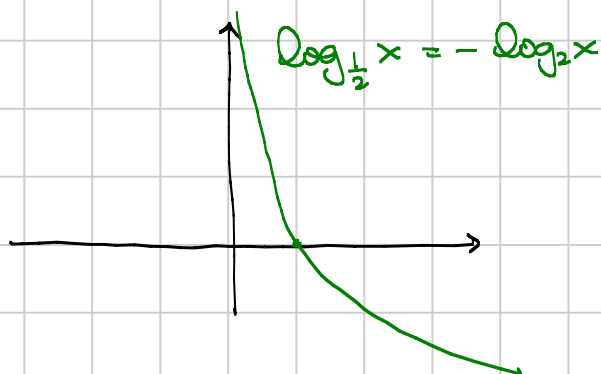
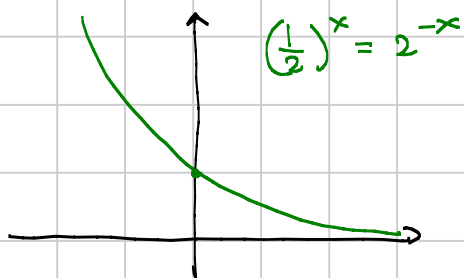
$$g(x) = \log_3 x$$

In input valori > 0

Lo stesso discorso vale per tutte le
basi > 1 (a^x con $a > 1$)



Se ho a^x con base $a \in (0,1)$, la monotonia si inverte



Percorso: $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$, quindi

$$\log_{\frac{1}{2}} x = \frac{\log_2 x}{\log_2 \frac{1}{2}} = -\log_2 x$$

↑
valore
in base 2 $\log_2 \frac{1}{2}$ $= -1$

VALORE ASSOLUTO $f(x) = |x|$ Vista come $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è

- PARI [$f(-x) = |-x| = |x| = f(x)$]
- non monotona, né iniettiva, né surgettiva.



Operazioni sui grafici

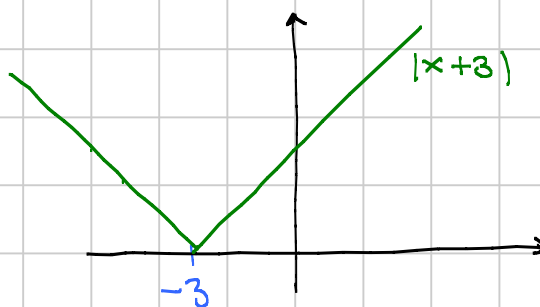
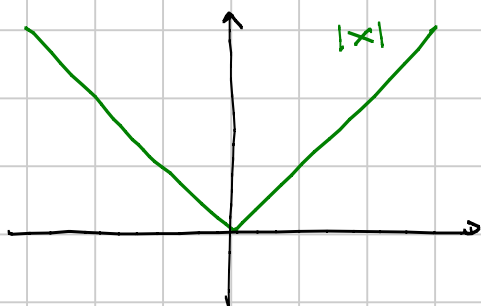
$$f(x) \rightsquigarrow f(x) + a$$

Traslare verticalmente il grafico di f
(verso l'alto se $a > 0$, verso il basso se $a < 0$)

$$f(x) \rightsquigarrow f(x+a)$$

Traslare orizzontalmente il grafico di f
(verso sinistra se $a > 0$, verso destra se $a < 0$)

Esempio Grafico di $|x+3|$

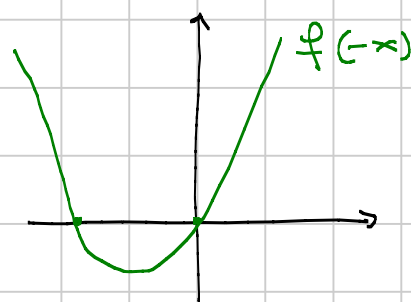
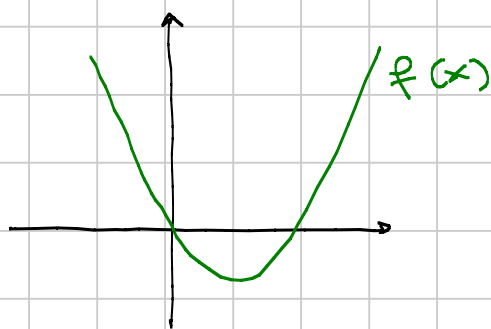


$$f(x) \rightsquigarrow -f(x)$$

(Ribalbamento rispetto asse x : sotto-sopra)

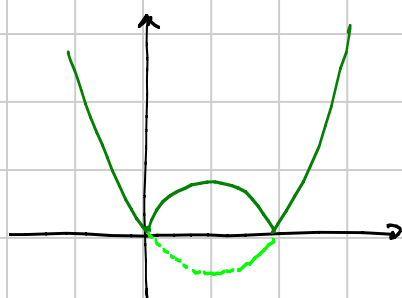
$$f(x) \rightsquigarrow f(-x)$$

(Ribalbamento rispetto asse y : destra-sin.)

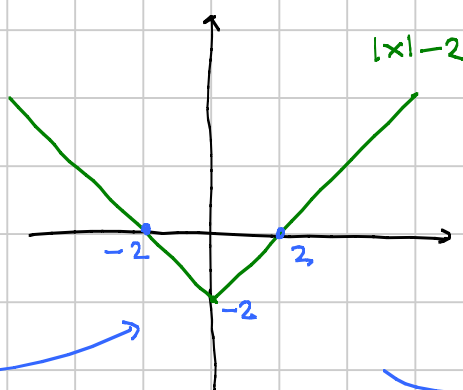
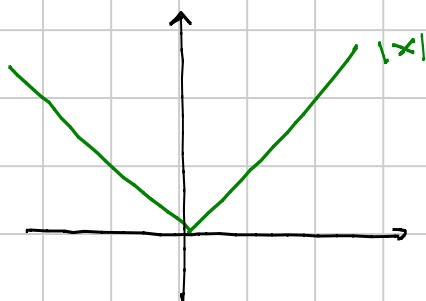


$$f(x) \rightsquigarrow |f(x)|$$

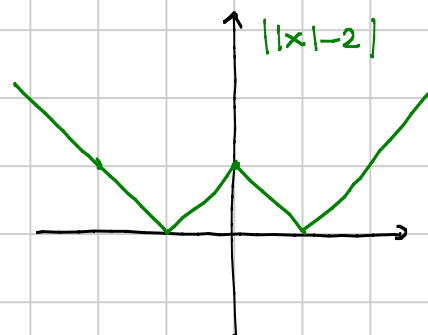
(Piazzare uno specchio sull'asse x , cioè ribaltare le parti negative)



Esempio $f(x) = |x| - 2$



giù di 2



ribalto parti negative