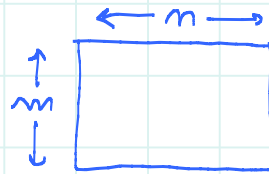


Matrice = tabella rettangolare di numeri

Matrice $m \times n$ = m righe
 n colonne



Le posizioni si contano a partire da alto sx

1,1 1,2 1,3

2,1 2,2 2,3

A è una matrice

$a_{i,j}$ = elemento in riga i e colonna j

Operazioni tra matrici

→ SOMMA : $A + B$ (si può fare se hanno la stessa dim. e si fa sommando termine a termine)

→ PRODOTTO DI UNA MATRICE PER UN NUMERO

(si moltiplicano tutti gli el. per quel numero)

→ TRASPOSTA : sia A una matrice allora A^t (talvolta tA)
 è la matrice ottenuta scambiando righe e colonne
 (le due dimensioni si invertano)

→ PRODOTTO TRA DUE MATRICI

Data A matrice $n \times m$ e B matrice $m \times k$ si definisce il prodotto AB come la matrice $n \times k$ definita da

$$\underbrace{(AB)_{i,j}}_{\substack{\text{termine di posto } i,j \\ \text{nella matrice prodotto}}} = \sum_{l=1}^m A_{i,l} \cdot B_{l,j}$$

$$\begin{pmatrix} \boxed{3} & \boxed{1} \\ \boxed{1} & \boxed{0} \\ \boxed{2} & \boxed{1} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \boxed{2} & \boxed{1} \\ \boxed{4} & \boxed{5} \end{pmatrix}$$

A B

$$A \quad 3 \times 2 \quad B \quad 2 \times 2$$

$$AB \quad 3 \times 2$$

$$AB = \begin{pmatrix} \boxed{10} & \boxed{8} \\ \boxed{2} & \boxed{1} \\ \boxed{8} & \boxed{7} \end{pmatrix}$$

Achtung! Il prodotto NON è commutativo !!

(in generale può succedere che AB si può fare e BA no, ma anche se si possono fare entrambi possono essere diversi)

Quando si può calcolare sia AB sia BA ?

Quando le due matrici sono quadrate, o più in generale $m \times m$ e $n \times n$

Casi speciali

A = vettore riga

B = vettore colonna

AB ha senso se riga e la colonna hanno lo stesso numero di elementi. Il risultato viene un numero che è il prod. scalare

$$\begin{matrix} \text{1} & \text{---} & \text{1} \\ & \text{m} & \\ & & \text{m} \end{matrix} \quad \square$$

Posso fare

$$\begin{pmatrix} \text{1} \\ \text{2} \\ \text{3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \text{0, 1, 2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot (0, 1, 2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

Proprietà

$$(AB)^t = B^t A^t$$

osservare che le dimensioni sono compatibili

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Determinare, quando esistono, le seguenti matrici:

$2A$	SI	$-B$	SI	$2x^t$	$-2, 2, 4$	$-A^t$	SI
$A+B$	NO	$A+C$	NO	$C-A$	NO	$A-3A$	$-2A$
$A+A^t$	NO	$B-2B^t$	SI	C^t-C	SI	x^t+x	NO
Ax	SI	Bx	NO	Cx	SI	x^tC	SI
AB	NO	BA	SI	BC	NO	CB	NO
AC	SI	CA	NO	Ax	SI	xA	NO
AA^t	SI 2×2	A^tA	SI 3×3	$A^t x$	NO	$x^t A$	NO
A^2	NO	B^2	SI 2×2	C^2	SI 3×3	x^2	NO
$x^t C x$	SI 1×1	BAx	SI 2×1	$A^2 A^t$	NO	$AA^t A$	SI 2×3
ACx	SI 2×1	$x^t AC$	NO	$x^t x$	SI 1×1	xx^t	SI 3×3

Hanno senso le operazioni

$$A^t = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\overbrace{x^t} \quad \boxed{C} = \overbrace{x^t C}$$

$$\boxed{A} \quad \boxed{A^t} = \boxed{}$$

Quali matrici si possono fare al quadrato? Solo le $n \times n$
 $n \times \textcircled{n} \quad \textcircled{n} \times n$

Fatto (che si potrebbe dimostrare): il prodotto di matrici è ASSOCIATIVO
 cioè se le dim. sono compatibili

$$(AB)C = A(BC)$$

$$x^t C x \quad \overbrace{x^t \quad \boxed{C} \quad x} = \boxed{}$$

$$\boxed{} \quad \boxed{} \quad \boxed{} = \boxed{} \quad \boxed{} = \boxed{}$$

$$\boxed{} \quad \boxed{} \quad \boxed{}$$

Matrice nulla : quella con tutti 0

(esiste per ogni coppia di dimensioni)

Matrice identica : esiste solo quadrata ed è quella che ha

→ 1 sulla diag. principale ↗

→ 0 altrove

$$Id = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Proprietà $Id \cdot A = A \cdot Id = A$ se le dim. sono compatibili

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

— 0 — 0 —