

$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ x + y + z = 2 \\ x + y + 2z = 3 \\ x - y - 2z = \lambda \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & -2 & \lambda \end{array} \right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -3 & \lambda - 1 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -3 & \lambda - 1 \end{array} \right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda + 2 \end{array} \right) \rightsquigarrow 0 = \lambda + 2$$

- Se $\lambda + 2 \neq 0$, cioè $\lambda \neq -2$, allora NO SOLUZIONI
- Se $\lambda = -2$, allora soluzione unica data dalle prime 3 equaz.

$$z = 1 \rightsquigarrow 2y = 1 \rightsquigarrow y = \frac{1}{2} ; \quad x - y + z = 1 \rightsquigarrow x = y - z + 1 = \frac{1}{2} - 1 + 1 = \frac{1}{2}$$

$$(x, y, z) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1 \right) \leftarrow \text{FARE LA VERIFICA PER SOSTITUZIONE}$$

— 0 — 0 —

GAUSS-JORDAN. Mettiamo che siamo arrivati a

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow[R_1 - R_3]{\uparrow} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow[2R_1 + R_2]{\uparrow} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

Quando ritorno al sistema, in ogni riga c'è una sola variabile!

$$2x = 1 \rightsquigarrow x = \frac{1}{2}$$

$$2y = 1 \rightsquigarrow y = \frac{1}{2}$$

$$z = 1 \rightsquigarrow z = 1$$

— 0 — 0 —

Sono date 2 rette r_1 ed r_2 , descritte in vari modi.

Per prima cosa si chiede di determinare l'equazione cartesiana della parallela ad r_1 passante per l'origine (scrivendola nella forma $y = mx + n$ o $x = x_0$). Successivamente si chiede di stabilire se r_1 ed r_2 sono coincidenti (C), distinte e parallele (P), oppure incidenti (I). Nel caso in cui siano incidenti, trovare il punto di intersezione ed il coseno dell'angolo θ che formano (si intende che θ è l'ampiezza dei 2 angoli minori tra i 4 che le rette formano intersecandosi).

r_1	r_2	Parallela	C-P-I	Intersezione	$\cos \theta$
$y = 3x + 2$	$y - 3x + 2 = 0$				
$y = 3x + 2$	$(t - 1, 3t - 1)$				
$y = 3x + 2$	$(t + 1, 3t - 1)$				
$(2, 3) + t(-1, 2)$	$(2t + 3, 1 - 4t)$				
$3x + 2y + 5 = 0$	$3x - 2y + 5 = 0$				
$3x + 2y + 5 = 0$	$3x + 2y - 5 = 0$				
$3x + 2y + 5 = 0$	$-3x + 2y + 5 = 0$				

Date due rette r_1 ed r_2 , queste possono essere

• incidenti



• parallele e distinte



• coincidenti



Se conosco le eq. cartesiane, come trovo in che caso sono?

Le metto a sistema e risolvo:

→ soluz. unica $\leadsto$ incidenti

→ nessuna soluzione $\leadsto$ par. e distinte

→ ∞ soluz. $\leadsto$ stessa retta.

Rette $\parallel$ e $\perp$

• Parallele = stesso coeff. angolare (poi possono essere coincidenti o distinte)

• Perpendicolari

$$y = m_1 x + m_1$$

$$y = m_2 x + m_2$$

$$m_2 = -\frac{1}{m_1}$$

con qualche variante se sono $\parallel$ agli assi

In parametrica

$$(a_1, b_1) + t(c_1, d_1)$$

$$(a_2, b_2) + t(c_2, d_2)$$

Sono perpendicolari $\Leftrightarrow \langle (c_1, d_1), (c_2, d_2) \rangle = 0 \Leftrightarrow c_1 c_2 + d_1 d_2 = 0$

parallele $\Leftrightarrow (c_2, d_2)$ è multiplo di (c_1, d_1)

① $y = 3x + 2$ r_1 Parallela a r_1 per l'origine $y = 3x$
 $y - 3x + 2 = 0$ r_2

$-3x + y = 2$
 $-3x + y = -2$ $\leadsto$ parallele e distinte
 (se sottraggo viene $0 = 4$)

② $y = 3x + 2$ r_1
 $(t-1, 3t-1)$ r_2

Intersezione 1° modo

$t-1 = x \leadsto t = x+1$

$3t-1 = y$ $y = 3t-1 = 3x+3-1 = 3x+2$
 $\Rightarrow$ SONO COINCIDENTI!

Intersezione 2° modo

Sostituisco la parametrica di r_2 dentro la cartesiana di r_1 .

$3t-1 = 3(t-1)+2$

$3t-1 = 3t-1$

$0 = 0$ $\ddot{\smile}$

③ $y = 3x + 2$
 $(t+1, 3t-1)$

1° modo

$x = t+1$

$y = 3t-1$

Parallele e distinte

$t = x-1$

$y = 3x-3-1 = 3x-4$

2° modo

$3t-1 = 3(t+1)+2$

$3t-1 = 3t+3+2$

$-1 = 5$

$y = 3x + 2$

$\begin{cases} (2, 3) + t(-1, 2) \\ (2t+3, 1-4t) \end{cases}$ r_1
 r_2

Parallela ad r_1 passante per origine
 1° modo: passo in cartesiana...

2° modo: $(0, 0) + t(-1, 2) = (-t, 2t)$

$y = -2x$

Eventuale intersezione

1° modo: vado in cartesiana e metto a sistema

2° modo: senza passare in cartesiana!

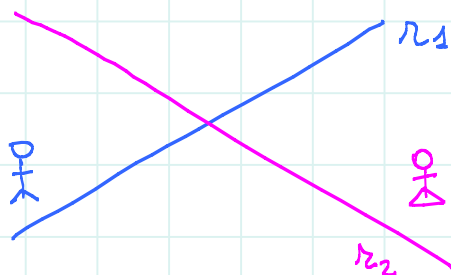
$$(2, 3) + t(-1, 2)$$

$$(2-t, 3+2t)$$

$$(3, 1) + t(2, -4)$$

$$(3+2t, 1-4t)$$

Le direzioni sono multiple, quindi sono coincidenti oppure parallele e distinte.



$$2-t = 3+2s$$

$$3+2t = 1-4s$$

Immagino che ci sia un p.to in cui l'uomo passa al tempo t e il donnino passa al tempo s .

$$\begin{cases} 2s+t = -1 \\ 4s+2t = -2 \end{cases} \Rightarrow \infty \text{ soluzioni}$$

r_1	r_2
$y+7=0$	$(2-t, 6+t)$
$(1, -2) + t(2, -1)$	$(-1, 2) + t(1, -2)$
$(1, 3) + t(1, 1)$	$(2-3t, 3t)$

Parallela ad r_1 per l'origine: $y=0$

Intersezione tra r_1 ed r_2

$$6+t+7=0 \quad t=-13$$

$\leadsto (15, -7)$ (sostituito t in r_2)

$$r_1 = (1, -2) + t(2, -1)$$

$$r_2 = (-1, 2) + t(1, -2)$$

Parallela ad r_1 per origine:

$$(0, 0) + t(2, -1) = (2t, -t)$$

$$y = -\frac{1}{2}x \leadsto x+2y=0$$

Intersezione

$$(1+2t, -2-t)$$

$$(-1+t, 2-2t)$$

$$\begin{cases} 1+2t = -1+s \\ -2-t = 2-2s \end{cases}$$

$$\begin{cases} s-2t = 2 \\ 2s-t = 4 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix} \leadsto$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} s-2t = 2 \\ 3t = 0 \end{cases}$$

$$t=0 \quad s=2$$

VERIFICA: $t=0$ in $r_1 \leadsto (1, -2)$

$s=2$ in $r_2 \leadsto (1, -2)$