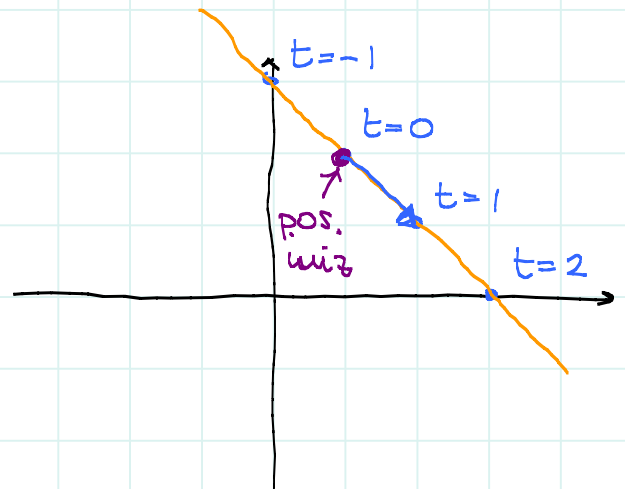


Equazione della retta nel piano

- CARTESIANA
 - ↗ implicita $(ax+by+c=0)$
 - ↘ esplicita $(y=mx+n \text{ oppure } x=x_0)$
- PARAMETRICA $(a,b) + t(c,d)$

Esempio di equazione parametrica

$$(1,2) + t(1,-1)$$



$$t=0 \rightsquigarrow (1,2)$$

$$t=1 \rightsquigarrow (2,1)$$

$$t=2 \rightsquigarrow (1,2) + (2,-2) = (3,0)$$

$$t=-1 \rightsquigarrow (1,2) - (1,-1) = (0,3)$$

Rappresenta il percorso di un ouiuo che al passare del tempo percorre una retta.

$(1,2)$ rappresenta il p.to iniziale

$(1,-1)$ rappresenta il verso in cui si muove l'ouiuo.

Oss. Descrizioni diverse possono determinare la stessa retta.

Ad esempio

$$(3,0) + t(1,-1)$$

(cambiato p.to di partenza)

$$(1,2) + t(2,-2)$$

(stessa partenza, velocità doppia)

$$(1,2) + t(-1,1)$$

(stessa partenza, vado al contrario)

$$(2,1) + t(-3,3)$$

$$(3,0) + t(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$$

Dalla cartesiana alla parametrica:

→ scelgo due punti A e B sulla retta a caso

→ scrivo $A + t(B-A)$

↑ direzione applicata in A che punta verso B

$A + t(A-B)$ ← va bene pure questa

Dalla parametrica alla cartesiana

$$(1,2) + t(1,-1)$$

1° modo Trovo 2 pti a caso

$$t=0 \rightsquigarrow (1,2) = P$$

$$t=1 \rightsquigarrow (2,1) = Q$$

Scrivo la retta per P e Q: $y = mx + n$

$$\begin{cases} 2 = m + n \\ 1 = 2m + n \end{cases} \quad \begin{array}{l} 2^a \text{ eq.} - 1^a \text{ eq.} : \\ m = -1 \rightsquigarrow n = 3 \end{array}$$

$$y = -x + 3$$

2° modo

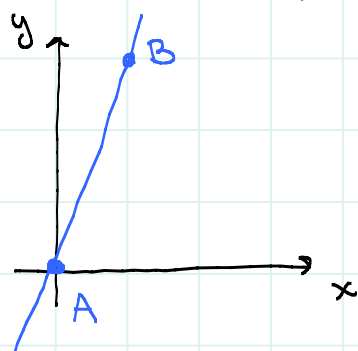
$$(1,2) + t(1,-1) = \underset{x}{(1+t)}, \underset{y}{(2-t)} \quad \text{"elimino t"}$$

$$1+t = x \rightsquigarrow t = x-1 \rightsquigarrow y = 2-t = 2-(x-1) = 3-x \rightsquigarrow y = 3-x$$

Esempio Determinare l'angolo che la retta $y = 3x$ forma con la retta $2x + 5y + 7 = 0$

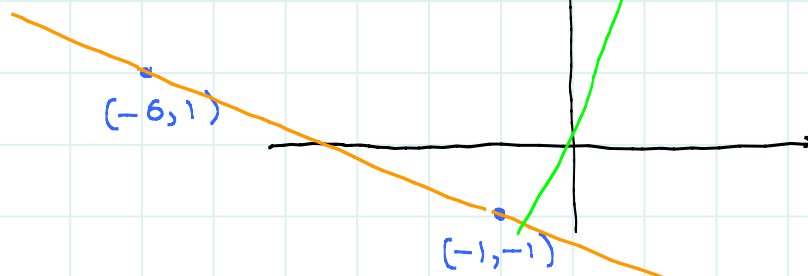
Strategia: scrivo le due rette in parametrica e calcolo l'angolo tra le direzioni.

Passiamo in parametrica



$$(0,0) + t(1,3)$$

A B-A



Per la seconda retta osservo che passa per $(-1, -1)$ e $(-6, 1)$
A B

quindi $(-1, -1) + t(-5, 2)$

Quindi devo calcolare l'angolo tra le direzioni $(1, 3)$ e $(-5, 2)$
 $\vec{v}$ $\vec{w}$

$$\cos(\text{angolo}) = \frac{\langle \vec{v}, \vec{w} \rangle}{\|\vec{v}\| \cdot \|\vec{w}\|} = \frac{-5+6}{\sqrt{10} \sqrt{29}} = \frac{1}{\sqrt{290}} = \text{sono quasi perpendicolari}$$

↑
in questo caso è quello $< 90^\circ$

— o — o —

Parametrica	Cartesiana
$(3+t, 5-t)$	$y = 8-x$
$(2, -1) + t(3, 4)$	
$(-2, 1) + t(3, 4)$	
$(5-6t, 3-8t)$	
$(3t-4, 4t-9)$	$y = \frac{4}{3}x - \frac{11}{3}$
$(t-2, 5)$	
$(-2, 3t+5)$	$y = 5$
$(5, 1) + t(0, -2)$	$x = 5$

Parametrica	Cartesiana
$(t+5, t+7)$	
$(3t+7, 3t+9)$	
$(0, 2) - t(2, 2)$	
$(3, 0) - 2t(1, -2)$	
$(t+2, 2-2t)$	
$(\pi, \sqrt{2}) + t(666, 0)$	
$(3, 3) + t(-1, -1)$	$y = x$
$(2013t + 2014, 2015t - 2016)$	

$$3+t = x$$

$$5-t = y$$

$$\leadsto t = x-3 \leadsto y = 5-t = 5-x+3 = 8-x$$



$$(3, 5) + t(1, -1)$$

$$3t-4 = x$$

$$4t-9 = y$$

$$(-4, -9) + t(3, 4)$$

↖ è sempre il rapporto tra la y e la x del vettore direzione

$$t = \frac{x+4}{3} \leadsto y = -9 + \frac{4x+16}{3} = \boxed{\frac{4}{3}}x - \frac{11}{3}$$

$$(-2, 3t+5) = (-2, 5) + t(0, 3) \quad \leadsto x = -2$$

$\uparrow$
va verso l'alto

$$x = -2$$

$$y = 3t + 5$$

Cartesiana	Parametrica	a	b
$y = 2x$	$(a+t, bt)$	0	2
$y = 2x$	$(a+2t, bt)$	0	4
$y = 2x$	$(a+t, 3+bt)$	$\frac{3}{2}$	2
$x - y + 3 = 0$	$(a+bt, 2-5t)$		
$x - y + 3 = 0$	$(2-5t, a+bt)$		
$x - y + 3 = 0$	$(1, a) + t(1, b)$		
$x - y + 3 = 0$	$(2, a) + t(2, b)$		
$x - y + 3 = 0$	$(2, a) + t(b, 2)$		
$x + y + 3 = 0$	$(2, a) + t(b, 2)$		

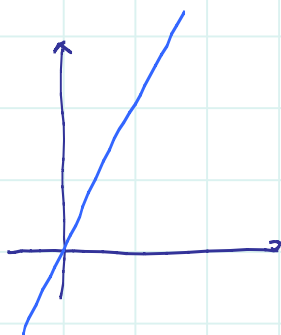
Cartesiana	Parametrica	a	b
$3x + 2y = 7$	$(1, a) + t(1, b)$		
$3x + 2y = 7$	$(1, a) + t(b, 1)$		
$3x + 2y = 7$	$(2, a) + t(b, 2)$		
$x = 3$	$(a, 5) + t(b, 7)$		
$y + 2 = 0$	$(t+a, bt-2)$	tutti busti	0
$y + 2 = 0$	$(t+a, bt+2)$		
$3x - 2y = 7$	$(a+t, 3-bt)$		
$\pi x - 2y = 3$	$(a+bt, t+1)$		
$x - 2\pi y = 3$	$(a+bt, t+1)$		

$$y = 2x$$

Voglio scriverla come

$$(a+t, bt) = (a, 0) + t(1, b)$$

$\uparrow$
pto pendenza
 $(0, 0) + t(1, 2)$



Voglio scriverla come $(a+2t, bt) = (a, 0) + t(2, b)$
 $(0, 0) + t(2, 4)$

$$(a+t, 3+bt) = (a, 3) + t(1, b)$$

$$\left(\frac{3}{2}, 3\right) + t(1, 2)$$

Metodo bonino

Sostituisco la parametrica nella cartesiana

$$y = 2x$$

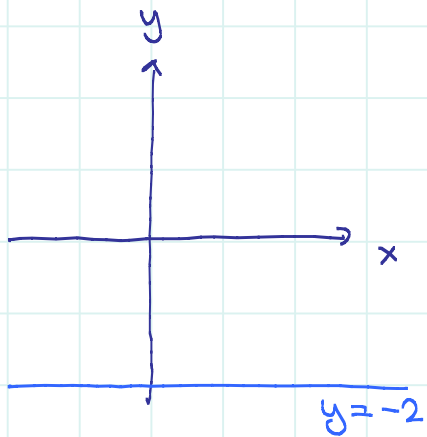
$$3+bt = 2a+2t$$

uguaglio i coeff.

$$b = 2 \quad (\text{coeff. di } t)$$

$$3 = 2a \quad (\text{termine noto})$$

$y+2=0$ che voglio scrivere come $(t+a, bt-2)$



$$\underbrace{(a, -2)}_{\substack{\uparrow \\ \text{tutti i valori} \\ \text{di } a \text{ vanno} \\ \text{bene !!}}} + t \underbrace{(1, b)}_{\substack{\uparrow \\ (1, 0)}}$$

— 0 — 0 —