

CODIFICA JPEG E CAMBI DI BASE (Vedi pagina WIKIPEDIA)

Immagine : tabella di numeri

FULL HD : 1920×1080 .

Il "colore" di un pixel è descritto da 3 numeri (ad esempio nel modello RGB)

ciascuno dei quali occupa un bite

Una immagine FULL HD ~ 6 MB

Tradotto : ogni immagine sono 3 matrici (R-G-B)

Se l'immagine è B/N possiamo dire che è una sola matrice.

1° passo Si scompone in blocchi 8×8 .

Un blocco 8×8 è uno sp. vettoriale dim. 64

Una base è costituita dalle 64 matrici "canoniche" che hanno un 1 e 63 zeri.

(Come se fossero una tabella 8×8 tutta bianca tranne una casella nera)

Teoricamente dovrei trasmettere 64 numeri. Come posso risparmiare ?

1° modo : riduco la risoluzione, ad esempio passando a 4×4 , cioè "compatto" quadrati 2×2 adiacenti.

2° modo : riduco il campionamento, cioè invece di usare $0, 1, 2, \dots, 255$ uso solo $0, 4, 8, 12, \dots, 252$

3° modo più furbo : cambio base ed uso una base "migliore" rispetto alla quale trasmetto solo le comp. "più importanti", o che faccio una riduzione di campionamento diversa a seconda delle componenti.

La base "giusta" la produce il 1°o. sp. a partire da un'applic. simmetrica : quella che sostituisce ogni elemento della matrice con la somma dei 4 vicini NSWE

Esercizio Dimostrare che è simmetrica! (Avrebbe una matrice 64×64)

Esercizio Consideriamo vettori lunghi 4 e sostituiamo ogni elemento con la somma dei due vicini.
Al bordo immaginiamo di "riflettere" il vettore

d c b a | a b c d | d c b a

$(a, b, c, d) \rightarrow (a+b, a+c, b+d, c+d)$
questa è una applic. simmetrica

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Gli autovettori della matrice sopra sono gli stessi della matrice

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Fatto generale: gli autovettori di A e di $A - 2Id$

sono gli stessi, e gli autovalori cambiano di due

$f(a, b, c, d) =$ sostituisco ogni numero con la somma dei due vicini - 2 volte lui.

È un po' come fare $\varphi(x+1) + \varphi(x-1) - 2\varphi(x)$

Se invece di farlo di 1, lo faccio di R , diventa

$$\begin{aligned} \varphi(x+R) + \varphi(x-R) - 2\varphi(x) &= \varphi''(x) R^2 \\ \text{"} & \swarrow \varphi(x) - \varphi'(x)R + \frac{1}{2}\varphi''(R^2) \\ \varphi(x) + \varphi'(x)R + \frac{1}{2}\varphi''(x)R^2 \end{aligned}$$

A -2 Id sui vettori è una specie di derivata seconda

$\sin(kx)$ e $\cos(kx)$ sono "autovettori" della derivata seconda
idem e^{kx}