

CAMBI DI BASE E ALGORITMO JPEG - MP3

Foto digitale = 3 matrici (la dimensione della matrice dipende dai pixel della foto)

Il colore di un pixel è rappresentato da 3 numeri RGB.

Ogni numero varia da 0 a 255.

Senza compressione una foto 1000×2000 sono $2 \cdot 10^6 \cdot 3$ Byte ~ 6 MB

Come posso risparmiare

1ª semplificazione Facciamo finta che sia in B/N: in ogni pixel c'è un numero solo, da 0 a 255.

2ª operazione L'immagine viene divisa in blocchi 8×8 .

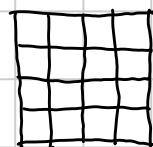
3ª operazione: simmetrizzazione. Togliendo 127 si ottengono tutti numeri tra -128 e 128

Lo spazio delle matrici 8×8 è uno sp. vett. di dim. 64. I numeri che voglio trasmettere sono componenti rispetto alla base canonica

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & & & & \\ \vdots & & & & \\ 0 & & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{pmatrix} \dots$$

Come posso risparmiare di un fattore 4 (file 4 volte + piccolo)

1ª strategia banale Raggruppo la matrice 8×8 in 16 quadratini 2×2 e su ogni quadratino metto lo stesso numero (la media o uno dei quattro)



2ª strategia banale Riduco la finetza del campionamento, passando dalla scala

0, 1, 2, ..., 255 alla scala 0, 4, 8, 12, ..., 252
 $\leadsto$ 0, 1, 2, ..., 63

Entrambe le strategie compromettono la qualità dell'immagine in modo drastico,

3ª strategia Prendo una base diversa nello spazio delle matrici

$U_1, U_2, \dots, U_{64}$

Ogni matrice 8×8 sarà ancora comb. lin. di queste

$$M = C_1 U_1 + C_2 U_2 + \dots + C_{64} U_{64}$$

Delle 64 componenti spedisco solo le prime 16, pensando che siano "più importanti delle altre"

Ancora meglio: spedisco "bene" le prime componenti e man mano che vado avanti diminuisco il campionamento sulle altre

Come trovo una base interessante? Come base ortogonale che diagonalizza una opportuna applicazione lineare simmetrica

$$f: M_{8 \times 8} \rightarrow M_{8 \times 8}$$

Volendo f sarebbe rappresentata da una matrice simmetrica 64×64

Come si costruisce l'applicazione simmetrica: CASO DEI VETTORI.

Prendiamo un vettore (diciamo lungo 8 o 4) e sostituiamo ogni elemento con la somma dei vicini

$$(a, b, c, d) \rightarrow (a+b, a+c, b+d, c+d)$$

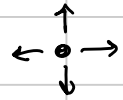
Per decidere i vicini di a e d si estende il vettore per riflessione

$d \ c \ b \ a \ | (a, b, c, d) \ | d \ c \ b \ a$

Autovalori e autovettori si calcolano bene

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Con le matrici è la stessa cosa, solo che sostituisco ogni casella della matrice 8×8 con la somma dei 4 vicini
(al bordo uso il solito trucco della riflessione)



Otengo una roba simmetrica i cui autovettori sono una base

[Qui vedi wiki in inglese o il video per ulteriori commenti].