

ALGEBRA LINEARE - LEZIONE 08

Titolo nota

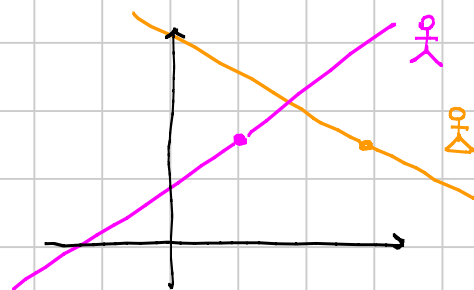
09/10/2013

Esercizio Trovare l'intersezione tra le rette
 $(1,2) + t(2,-3)$
 $(4,-1) + t(6,5)$

1° modo Passo tutto in forma cartesiana e interseco lì.

2° modo Da una fine: $(1+2t, 2-3t)$ $1+2t = 4+6t$
 $(4+6t, -1+5t)$ $2-3t = -1+5t$

Questo equivale a farci che le
2 parametrizzazioni passino per il punto
di intersezione allo STESSO TEMPO, e
non c'è motivo per cui debba succedere.



Da fine: usare 2 tempi diversi $(1+2t, 2-3t)$ 1ª retta
 $(4+6s, -1+5s)$ 2ª retta

$$\begin{cases} 1+2t = 4+6s \\ 2-3t = -1+5s \end{cases}$$

trovo t ed s , quindi sostituisco

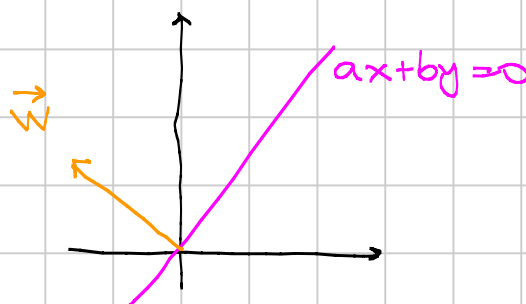
↑
cerco se esistono 2 tempi per cui le 2 rette si
trovano nello stesso punto.

— o — o —

Eq. della retta e prodotto scalare

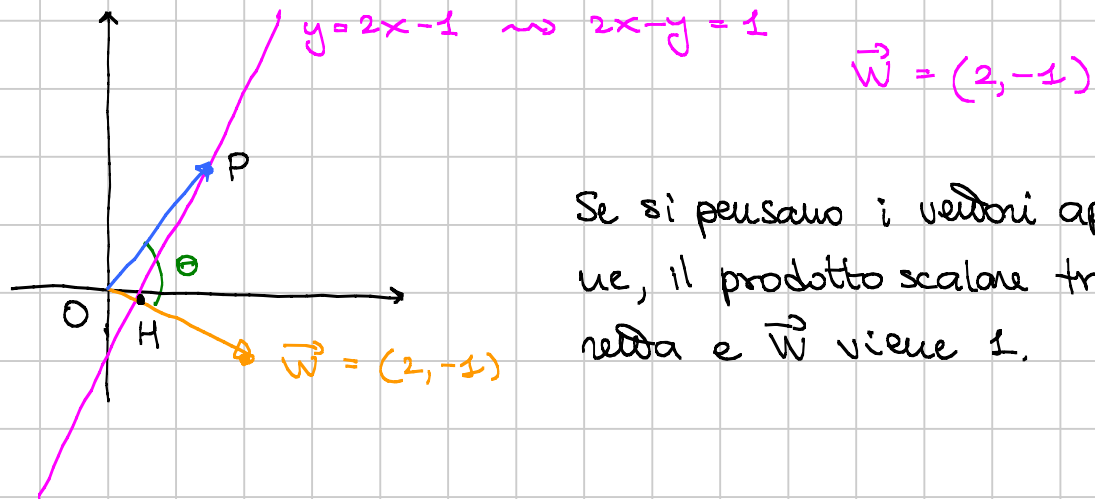
Caso facile: retta per l'origine $ax+by=0$

Questa eq. dice che (x,y) ha prodotto scalare nullo con (a,b) ,
quindi $W=(a,b)$ è un qualunque vettore (non nullo)
perpendicolare alla retta



Caso generale: se non passa per l'origine l'eq. è $ax+by=c$.
Ancora una volta $\vec{w} = (a,b)$ è un vettore $\perp$ alla direzione della retta.

L'equazione ci dice che tutti i punti della retta hanno lo stesso prodotto scalare con il vettore $\vec{w}$.



Se si pensano i vettori applicati nell'origine, il prodotto scalare tra un p.to della retta e $\vec{w}$ viene 1.

Verifica: $\vec{p} = (x, y)$ $\vec{w} = (2, -1)$

$$\langle \vec{p}, \vec{w} \rangle = \|\vec{p}\| \cdot \|\vec{w}\| \cdot \cos \theta$$

$$= \|\vec{w}\| \cdot \|\vec{p}\| \cdot \cos \theta = \|\vec{w}\| \cdot \boxed{OP \cdot \cos \theta}$$

$$= \|\vec{w}\| \cdot \boxed{OH}$$

non dipende da $\vec{p}$ non dipende da $\vec{p}$.
precorso

Quando $\vec{p}$ si sposta sulla retta, il prodotto scalare $\langle \vec{p}, \vec{w} \rangle$ non cambia, ed è uguale al c dell'equazione $ax+by=c$.

$$\underline{\underline{0}} \quad \underline{\underline{0}} \quad \underline{\underline{0}}$$

SPAZIO $\mathbb{R}^n$

Vettori hanno n componenti $(x_1, x_2, \dots, x_n)$

Somma e prodotto per una costante sono come in $\mathbb{R}^2$

$$\vec{x} = (x_1, \dots, x_n) \quad \vec{y} = (y_1, \dots, y_n)$$

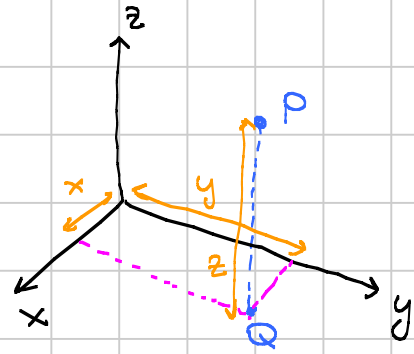
$$\langle \vec{x}, \vec{y} \rangle = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n = \sum_{k=1}^n x_k y_k = \text{prod. scalare}$$

$$\|\vec{x}\|^2 = \langle \vec{x}, \vec{x} \rangle = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = \text{norma}^2$$

$$\text{dist}(\vec{x}, \vec{y}) = \|\vec{x} - \vec{y}\| = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + \dots + (x_n - y_n)^2}$$

Caso speciale: $n=3$ (spazio)

Ogni punto ha 3 coordinate (x, y, z)



Una retta per l'origine nello spazio ha equazione parametrica

$$t \vec{V} = t (v_1, v_2, v_3)$$

← retta che passa per l'origine e ha direzione descritta dal vettore $\vec{V}$.

Una retta per un punto $\vec{P}_0$ con direzione $\vec{V}$ avrà equazione

$$\vec{P}_0 + t \vec{V}$$

Piano nello spazio passante per l'origine

1° modo Prendo 2 vettori (con certe ipotesi che rendono la cosa non banale) $\vec{U}$ e $\vec{V}$ e poi considero tutti i vettori del tipo

$$t \vec{U} + s \vec{V}$$

equazione parametrica di un piano (servono 2 parametri t ed s)
↑ combinazione lineare di $\vec{U}$ e $\vec{V}$

2° modo Dato un vettore $\vec{W} = (a, b, c)$, cerco tutti i vettori (x, y, z) dello spazio che sono perpendicolari a $\vec{W}$.
Otengo l'equazione

$$ax + by + cz = 0$$

equazione cartesiana di un piano nello spazio.

Se il piano NON passa per l'origine:

$$\vec{P}_0 + t \vec{U} + s \vec{V}$$

Parametrica

$$ax + by + cz = d$$

Cartesiana