27-1-2020

*	1	2	3	4	5	6	7	8
I	C	B	A	D	C	B	B	B
II	C	B	D	D	B	C	B	B
III	C	B	C	C	B	C	B	A
IV								

ESERCIZIO 1.[5]

Si consideri $f(x) = \cos x - \cos 2x$

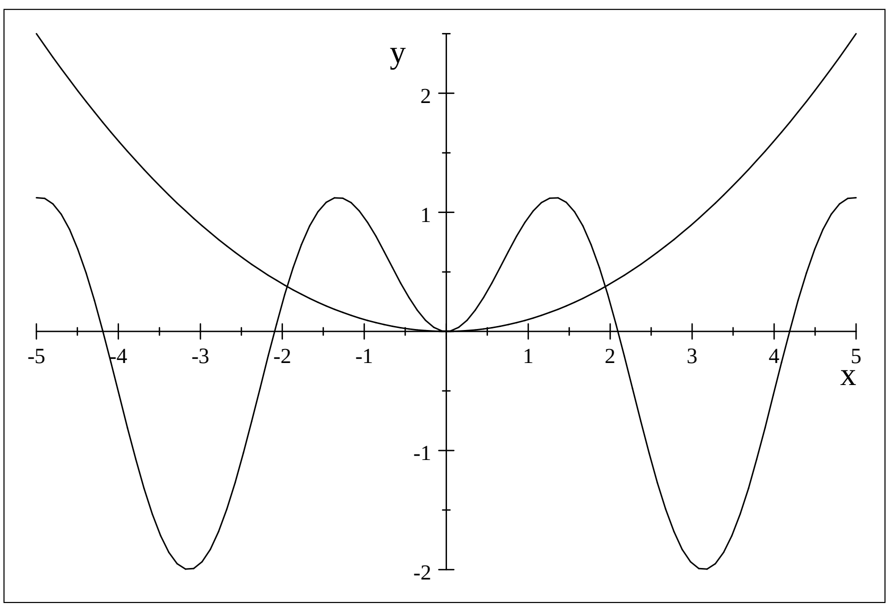
Si determini se la f considerata definisce una funzione continua o derivabile sui reali.

Si determini se questa funzione è periodica e in quali intervalli è crescente. Si disegni un grafico approssimativo della funzione.

Si determini per quali $m \in \mathbb{R}$ l'equazione $f(x) = mx^2$ ha un insieme limitato di soluzioni.

*(facoltativo) In quel caso l'insieme di soluzioni è un insieme finito?

R:(cenno) f è derivabile ovunque e periodica.



per questa ragione è limitata è solo per $m = 0$ abbiamo infinite soluzioni.

ESERCIZIO 2. [5]

Si consideri la serie

$$\sum_{1}^{\infty} \frac{(n-3)^n}{n^{n+1}}$$

si determini se la serie è convergente. (suggerimento: si ricordi che $\lim_{n\to\infty}(1+\frac{c}{n})^n = e^c$).

R: $\frac{(n-3)^n}{n^{n+1}} = \frac{1}{n}(1-\frac{3}{n})^n$, visto che $(1-\frac{3}{n})^n \to e^{-3}$ la serie si comporta come la serie armonica e diverge.

ESERCIZIO 3. [5]

Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = |y+1| + y + 1 \\ y(0) = a \end{cases}$$

Si determini per quali a si ha soluzione unica del problema e per quali a le soluzioni trovate sono funzioni strettamente convesse.

R: Il sistema è autonomo, non lineare. Ha sempre soluzione unica. Si ha una soluzione costante per $y = -1$ che non sarà incrociata da altre soluzioni.

Se $a \geq -1$ quindi la soluzione risolverà l'equazione lineare $y' = 2(y+1)$, che ha soluzioni $\left\{Ce^{2t} - 1\right\}$ queste sono funzioni strettamente convesse se $C > 0$ questo succede per $a > -1$.

Se $a < 1$ si ha l'equazione $y' = 0$ che ha solo soluzioni costanti. Non strettamente convesse.