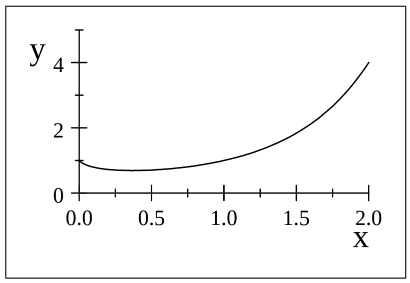
15-7-2019

*	1	2	3	4	5	6	7	8
I								
II								
III								
IV								

ESERCIZIO 1.[5]

Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} x^x \ se\ x > 0 \\ 0 \ se\ x = 0 \end{cases} .$$



1. [2] La f è continua?, derivabile?

   R: si ha che $\lim_{x\to 0} f(x) = 1$ quindi la funzione non è continua in 0, è continua e derivabile altrove.

2. [1] Si calcoli $\lim_{x\to\infty} f(x)$

   R:∞

3. [1] La f è convessa?

   R: Si ha $f(x) = e^{x \log x}$ e $f'(x) = x^x(\log(x)+1)$ $f'' = x^x(1+\log x)^2 + x^{x-1}$ sempre positiva. Quindi modificando la f in zero in modo da renderla contimnua si ottiene una funzione convessa. La funzione originale non è convessa.

4. [2] si descriva il comportamento qualitativo del grafico di f

   $f'(x) \leq 0$ per $x \leq e^{-1}$ e $f'(x) > 0$ per $x > e^{-1}$. Da cui si ha un minimo in $f(e^{-1}) = e^{-e^{-1}}$

5. [2] quante soluzioni ha $f(x) = a$ al variare di $a \in \mathbb{R}$?

   R: zero soluzioni per $a < 0$. 1 soluzione per $a = 0$. Poi 0 soluzioni fino a $f(e^{-1})$, 1 sol. per $a = f(e^{-1})$, 2 sol. per $a > f(e^{-1})$ (perché?)

6. [2] Si considerino le serie $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{1}{n})^{\frac{1}{n}}$ e $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$, si si spieghi se queste convergono o no.

ESERCIZIO 2. [7]
Si considerino le funzioni
$g(x) = \int_1^x \frac{sen(t)}{t} dt$ e $h(x) = \int_1^x |\frac{sen(t)}{t}| dt$
Si dica se esistono finiti i seguenti limiti
$\lim_{x\to\infty} g(x)$
$\lim_{x\to\infty} h(x)$
R: $\lim_{x\to\infty} g(x)$ estiste ed è finito (sugg: serie a segno alterno)
$\lim_{x\to\infty} h(x) = \infty$ (sugg: divergenza di $\sum \frac{1}{n}$)