3-6-2019

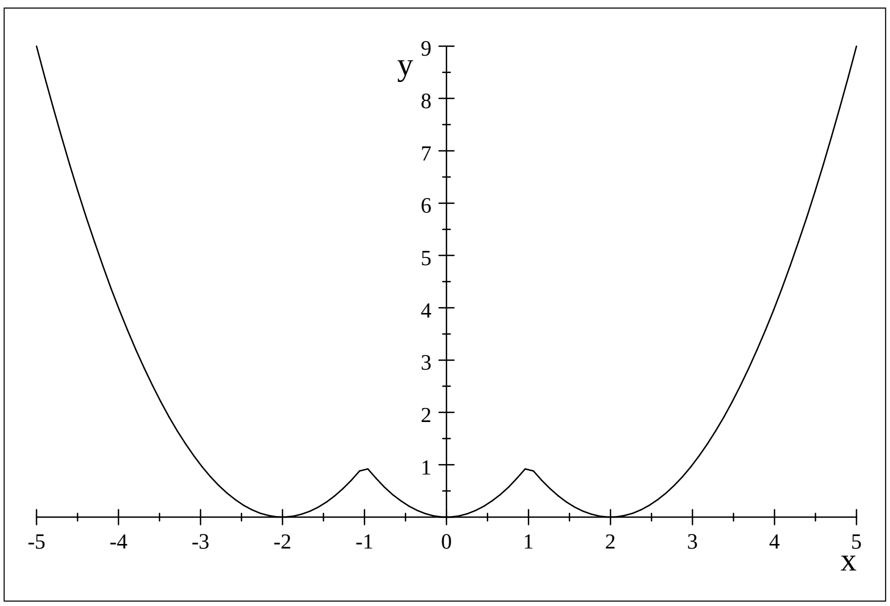
*	1	2	3	4	5	6	7	8
I	C	C	C	B	D	C	B	C
II	B	B	A	B	C	C	A	A
III								
IV								

ESERCIZIO 1.[$9+1$] Si consideri per ogni $i \in \mathbb{Z}$ la la funzione $f_i = (x-2i)^2$ si consideri $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \min_{i \in \mathbb{Z}} (f_i(x))$$

(la funzione che ad ogni x associa il minimo fra tutti i valori $f_i(x)$ al variare di i)

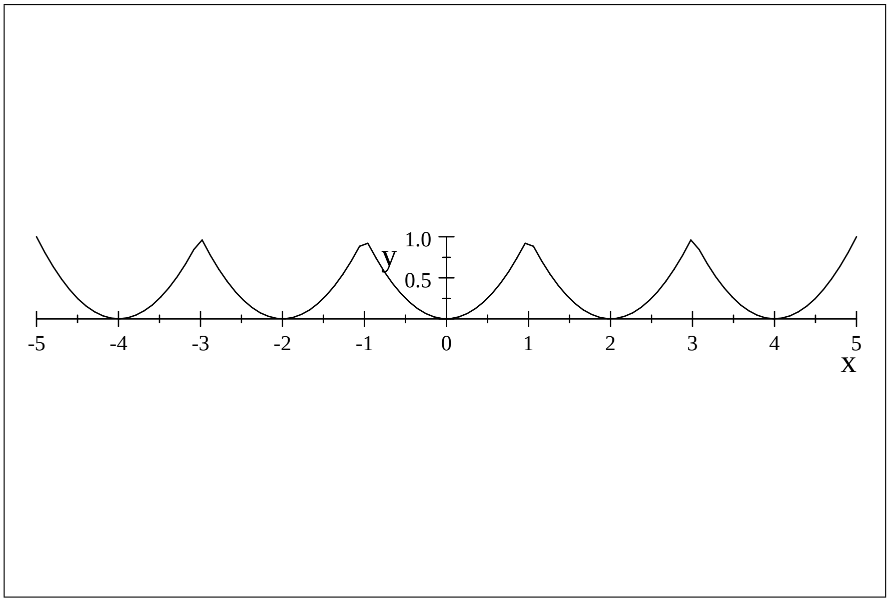
1. [1] Per cominciare e per capire, si disegni prima il grafico di f_0, f_1, f_{-1} ed il grafico di $g(x) = \min_{i \in \{-1,0,1\}}(f_i(x))$



2. [2]Si consideri f definita sopra. La funzione è continua? è derivabile ovunque? pari? dispari? periodica?

   (cenno) E' continua, non derivabile per $x = 2i+1$, $i \in \mathbb{Z}$ è pari, è periodica.

3. [1] Si disegni un grafico approssimativo di f



4. [2] Quante soluzioni ha $f(x) = \frac{1}{3}$, quante ne ha $f(x) = -1$? (giustificare la risposta)

   (cenno) infinite soluzioni, nessuna

5. [2] Si calcolino $\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} f(x)$ e $\lim_{x\to 0} \frac{1}{x} f(x)$

   (cenno) entrambi i limiti vanno a 0

6. [1]In quali intervalli f è crescente?

(cenno) $[2i, 2i+1]$, $i \in \mathbb{Z}$

ESERCIZIO 2. [5]

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione continua.

1. [2] Si consideri f sull intervallo $I = [-1, 1]$. E' vero che necessariamente $\sup\limits_{x\in I}|f(x)| < \infty$?

   (si risponda usando i risultati noti, dimostrando l'enunciato in caso affermativo o fornendo un controesempio)

   Si (Teorema sul massimo di funzioni continue)

2. [3] Si dimostri che se $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione continua allora

$$\lim_{x\to 0} \frac{1}{x} \int_0^{x^2} f(t)\ dt = 0.$$

   (cenno) Visto che $\sup\limits_{x\in I}|f(x)| := M \in \mathbb{R}$ allora si ha $|\int_0^{x^2} f(t)\ dt| \leq x^2 M$...