Corso di Ingegneria Elettronica e telecomunicazioni - Algebra Lineare e Analisi 2
03-07-2018

*	1	2	3	4	5	6	7	8
I	A	A	B	D	C	D	B	C
II	C	A	C	A	C	D	A	D
III	D	A	C	A	B	A	C	B
IV								

Algebra Lineare. Esercizi a risposta aperta: la soluzione deve essere scritta e consegnata in bella copia. Le risposte devono essere giustificate. Non sono considerate valide risposte date senza giustificazione.

ESERCIZIO 1 (4 pt) Si consideri lo spazio vettoriale $C^0(\mathbb{R})$ di tutte le funzioni continue a valori reali. Si considerino i seguenti insiemi

$$\begin{aligned} P &= \{f \in C^0(\mathbb{R}) t.c.\ f(x) = f(-x)\ \forall x \in \mathbb{R}\} \\ D &= \{f \in C^0(\mathbb{R}) t.c.\ f(x) = -f(-x)\ \forall x \in \mathbb{R}\} \end{aligned}$$

1. Si dimostri che P e D sono due sottospazi vettoriali di $C^0(\mathbb{R})$.

   R: immediato, le solite verifiche.

2. E' vero che $P \oplus D = C^0(\mathbb{R})$?

   R: che i due spazi si intersechino solo nell origine è facile: l'unica funzione sia pari che dispari è la funzione nulla.

   Resta da simostrare che ogni funzione continua si ottiene come una somma di funzioni pari o dispari.

   Si nota che
   $$f = f_p + f_d$$
   con $f_p \in P$ e $f_d \in D$ qualora si definiscano
   $$f_p(x) = \frac{f(x) + f(-x)}{2}$$
   e
   $$f_d(x) = \frac{f(x) - f(-x)}{2}.$$

ESERCIZIO 2 (4 pt) Si consideri la funzione $\phi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ definita da

$$\phi \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y + z \\ x \end{pmatrix}$$

- Si dimostri che ϕ è lineare e si trovi $\phi \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

- Si trovi la dimensione del nucleo di ϕ e una sua base.
- Si trovi la dimensione dell' immagine di ϕ ed una sua base.

  R: L'esercizio è standard. La matrice associata alla funzione (risp. alle basi canoniche) è $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Analisi 2. Esercizi a risposta aperta: la soluzione deve essere scritta e consegnata in bella copia . Le risposte devono essere giustificate. Non sono considerate valide risposte date senza giustificazione.

ESERCIZIO 1.[4] Esiste un campo vettoriale $F_1 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ soddisfacente alla seguente condizione: "*tutti i vettori del campo puntano verso l'origine e hanno la stessa lunghezza*"?

- Si formalizzi la condizione imposta. si discuta l'esistenza e l'unicità di tale campo.

  R: L'unico campo siffatto è il campo nullo. (nell' origine il vettore del campo è necessariamente nullo, e quindi tutti gli altri saranno nulli)

- Si ripeta l'esercizio nel caso in cui si cerchi un campo $F_2 : \mathbb{R}^3 - \{0\} \to \mathbb{R}^3$ soddisfacente la stessa condizione.

  R: Esistono una infinità di campi siffatti, uno per ogni lunghezza fissata del vettore in qualche punto.

- I campi trovati sono conservativi? in caso affermativo se ne trovi un potenziale.

  R: si sono conservativi, il grafico del potenziale è una superficie conica.

ESERCIZIO 2.[4]
Calcolare

$$\int\int\int_D z^2 dxdydz$$

dove D è la parte di cono $y^2 + x^2 \leq z^2$ e compresa tra $z = 1$ e $z = 4$. Si veda 1
R: integrale stanrard.

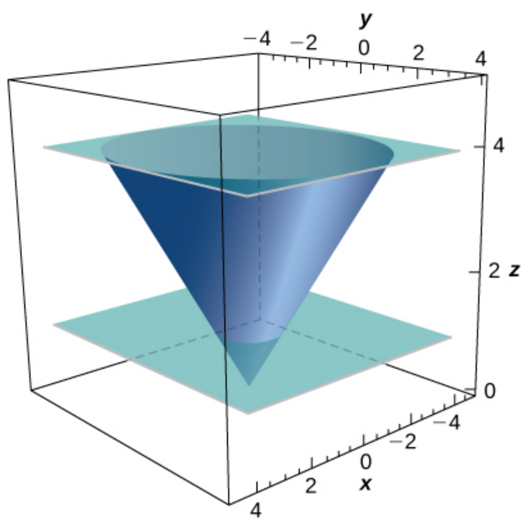

Figure 1: La situazione in Es 2