

Corso di Ingegneria Elettronica e telecomunicazioni - Algebra  
Lineare e Analisi 2

12-6-2018

*	1	2	3	4	5	6	7	8
I	D	D	A	D	C	A	C	B
II	D	D	C	D	C	A	B	B
III	A	D	C	D	C	A	C/B	B
IV								

**Algebra Lineare. Esercizi a risposta aperta:** la soluzione deve essere scritta e consegnata in bella copia. Le risposte devono essere giustificate. Non sono considerate valide risposte date senza giustificazione.

**ESERCIZIO 1 (5 pt)**

- Determinare se la matrice  $A = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$ , è diagonalizzabile sui reali.

E' una matrice simmetrica quindi è diagonalizzabile.

- Determinare gli autovettori e se  $A$  è invertibile.

Autovettori:  $\begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \end{Bmatrix} \leftrightarrow 1, \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \leftrightarrow 3$

- Determinare se esiste una matrice  $B$  tale che  $B^2 = A$ .

Si esiste, si risolve prima il problema per la forma diagonale e poi si riporta il risultato nelle vecchie coordinate.

**ESERCIZIO 2 (3 pt)**

Si consideri l'insieme  $P_2(t)$  dei polinomi (reali) in  $t$  aventi grado minore o uguale a 2 con la base  $\{1, t, t^2\}$ .

Si consideri  $A : P_2(t) \rightarrow P_2(t)$  tale che

$$A(p) = t^2 p(1)$$

-  $A$  è una applicazione lineare? (spiegare la risposta data ed eventualmente descrivere la matrice associata all'applicazione rispetto alla base data)

Si, è lineare.

**Analisi 2. Esercizi a risposta aperta:** la soluzione deve essere scritta e consegnata in bella copia . Le risposte devono essere giustificate. Non sono considerate valide risposte date senza giustificazione.

**ESERCIZIO 1.**[4] Si consideri la funzione  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x, y) = \max(1, x^2 + y^2)$

1) La  $f$  è definita ovunque? continua? differenziabile? dove?

E' continua ovunque, differenziabile tranne che su  $x^2 + y^2 = 1$

2) Si consideri il campo vettoriale  $F := -\nabla f$  nei punti dove è definito. Si consideri la curva  $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$  definita da  $\gamma(t) = \begin{pmatrix} 10t \cos t \\ 10t \sin t \end{pmatrix}$ . Si calcoli il lavoro di  $F$  lungo la curva.

Il lavoro si calcola facilmente visto che il campo è gradiente di un potenziale. Attenzione ai punti di non differenziabilità.

**ESERCIZIO 2.**[4]

Calcolare

$$\int \int_D (x^2 + y) dx dy$$

dove  $D$  è la parte di corona circolare delimitata da  $x^2 + y^2 = 1$ ,  $x^2 + y^2 = 4$  e compresa tra le rette  $y = x$  e  $y = -x$ .

In coordinate polari l'integrale si trasforma in un integrale standard.