Corso di Ingegneria Elettronica e telecomunicazioni - Algebra Lineare e Analisi 2
6-9-2017

*	1	2	3	4	5	6	7	8
I	D	A	C	A	B	A	B	D
II	D	C	C	C	B	A	B	D
III	C	B	C	C	B	A	B	D
IV	C	A	C	C	B	A	B	D

Algebra Lineare. Esercizi a risposta aperta: la soluzione deve essere scritta e consegnata in bella copia. Le risposte devono essere giustificate. Non sono considerate valide risposte date senza giustificazione.

ESERCIZIO 1 [4] Si considerino le matrici $A_h = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & h & 0 \\ 0 & 0 & h \end{bmatrix}$., e $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ Determinare:

1) $\det(A_h)$ in funzione di h, Il rango di A_h al variare di h

R: h^2 per $h \neq 0$ il rango è 3

2) Per quali valori di h reali la matrice A_h è invertibile. In caso contrario si caratterizzi il nucleo.

R:Ovviamente per $h \neq 0$ la matrice è invertibile. Per $h = 0$ $Ker(A_0) = span\{e_2, e_1 - e_3\}$

3) Ci sono degli h per cui A_h e B sono coniugate? ($A_h = C^{-1}BC$)

R:Se fossero simili A_h,per qualche h, A_h si diagonalizzerebbe avendo autovalori $1, 2, 3$.

Calcolando gli autovalori in funzione di h , si ha che questi sono $\{h, 1\}$. Non ci possono essere 3 autovalori distinti. Quindi le matrici non sono mai coniugate.

ESERCIZIO 2 [3] Sia U il sottospazio di $\mathbb{R}^3$ costituito dai vettori (x, y, z) tali che $x + y + z = 0$. Determinare una base

di U. Determinare una base dell ortogonale $U^\perp$ rispetto al prodotto scalare canonico.

R: Sia $(x, y, z) \in U$. Possiamo scrivere:

$(x, y, z) = (-y - z, y, z) = y(-1, 1, 0) + z(-1, 0, 1)$.

Poiché i vettori$(-1, 1, 0)$ ed $(-1, 0, 1)$ appartengono ad U, e sono indipendenti, formano una base di U.

Ovviamente il vettore $(1, 1, 1)$ è una base di $U^\perp$ (perché è ovvio?)

Analisi 2. Esercizi a risposta aperta: la soluzione deve essere scritta e consegnata in bella copia . Le risposte devono essere giustificate. Non sono considerate valide risposte date senza giustificazione.

ESERCIZIO 1.[4] Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} x^2 + y^2 \ se \ y \geq 0 \\ x^2 \ se \ y < 0 \end{cases}$$

1) In quale dominio è definita, continua, differenziabile limitata?

R: Continua e differenziabile ovunque. Non limitata globalmente.

2) Se ne trovino e classifichino i punti critici e i punti estremali locali. (massimi, minimi etc.)

R:C' è minimo globale in $\{\begin{pmatrix} 0 \\ t \end{pmatrix}; t \leq 0\}$ non altri punti critici

3) Sia $x_n \in \mathbb{R}^2$ una successione tale che $||x_n|| \to \infty$, quali sono i possibili valori di $\lim_{n\to\infty} f(x_n)$?

R:$[0, \infty]$

ESERCIZIO 2.[4] Si consideri il campo vettoriale $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definito da $F(x,y,z) = 2xe_1 + 3xe_2 + ze_3$. Si calcoli il flusso di questo campo lungo la superficie bordo di

$$S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 2, 2 \leq z \leq 7\}.$$

Si spieghi brevemente il metodo usato per arrivare al risultato.

R: un metodo veloce è notare che la divergenza del campo è 3 ed usare il teorema della divergenza.